

בחינה בקורס
88-524-01 מועד ב, תשע"ד
גיאומטריה פרויקטיבית
פרופ' מ. כץ

זמן הבחינה: שעתיים וחצי.
יש לענות על כל השאלות ולתת הצדקה והסבר.

1. השאלה עוסקת במשפט Desargues.
 - א. נסח משפט Desargues בצורה מפורטת.
 - ב. הוכח את משפט Desargues.
 - ג. נסח משפט גואלי למשפט Desargues בצורה מפורטת.
 - ד. הוכח את משפט גואלי למשפט Desargues.
2. יהי $R(A, B, C, D_k)$ יחס הכפול של נקודות על ישר מרוכב פרויקטיבי, כאשר $A = \infty$,
 $C = 1$, $B = 0$. תהי נקודה $D_k = e^{\frac{ik\pi}{6}}$, כאשר $k = 1, \dots, 6$.
 - א. מהם הערכים האפשריים השונים של היחס הכפול תחת כל התמורות של רביעיה (A, B, C, D_k) כאשר $k = 1$?
 - ב. מהם הערכים האפשריים של היחס הכפול כאשר $k = 2$?
 - ג. תהי $f(k)$ מספר טוטאלי של ערכים שונים זה מזה של היחס הכפול תחת כל התמורות של רביעיה (A, B, C, D_k) . חשב $f(k)$ כפונקציה מפורשת של האינדקס $k = 1, \dots, 6$.
3. מצא טרנספורמציה פרויקטיבית השולחת חתך חרוט אחד לשני כלהלן:
 - א. אליפסה $x^2 + 2y^2 = 1$ להיפרבולה $X^2 - Y^2 = 2$.
 - ב. מעגל $x^2 + y^2 = 1$ לפרבולה $2Y = X^2 + 1$.
 - ג. היפרבולה $xy = 1$ לאליפסה $X^2 + 4Y^2 = 1$.
4. יהיו L, L' נקודות על חתך חרוט Ω , וגם ℓ, ℓ' משיקים ל- Ω בנקודות L, L' . יהי b משיק נוסף ל- Ω .
 - א. הוכח שפרויקטיביות בין שני ישרים שונים היא הרכבה של שני פרספקטיביות.
 - ב. הוכח משפט Steiner על העתקה בין שני משיקים למעגל.
 - ג. לתת בניה מפורטת של משיק כללי ל- Ω .
 - ד. שרטט ציור מדויק המהווה איור לבניה בסעיף ג'.
5. הבעיה הזאת עוסקת ביחס הכפול.
 - א. יהיו A, B, C, D תת-מרחבים חד-ממדיים שונים במישור אוקלידי. הגדר את היחס הכפול $R(A, B, C, D)$ שלהם.
 - ב. באמצעות הגדרה שבסעיף א', הוכח שמתקיים $R(A, B, C, D) R(B, A, C, D) = 1$.
 - ג. בחר וקטור $(a, 1)$ המיצג A , וכו', והוכח שההגדרה שבסעיף א' שקולה להגדרה סטנדרטית של היחס הכפול.

בהצלחה !