

תרגיל בית 6 אינפי 3 תשפ"ג

1. חשבו את הנגזרות החלקיות של הפונקציות הבאות (בכל נקודה בהן הן מוגדרות):

$$f(x, y) = x^3 + 3y^2 - \frac{x}{y} \quad (\text{א})$$

$$f(x, y) = e^{\cos(xy)} \quad (\text{ב})$$

$$f(x, y, z) = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2} \quad (\text{ג})$$

$$f(x, y, z) = \ln(x^3 + y^3 - z^3) \quad (\text{ד})$$

2. בדקו את דיפרנציאביליות הפונקציות הבאות במישור:

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{x^3 + y^4}{x^2 + y^2} & (x, y) \neq (0, 0) \\ 0 & (x, y) = (0, 0) \end{cases} \quad (\text{א})$$

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{x^3 - y^2}{\sqrt{x^2 + y^2}} & (x, y) \neq (0, 0) \\ 0 & (x, y) = (0, 0) \end{cases} \quad (\text{ב})$$

$$f(x, y) = \begin{cases} x \sin\left(\frac{y^2}{x}\right) & (x, y) \neq (0, 0) \\ 0 & (x, y) = (0, 0) \end{cases} \quad (\text{ג})$$

3. תהי f פונקציה דיפרנציאבילית בנקודה $(0, 0)$. נגדיר:

$$h(x, y) = \begin{cases} f(x, y) & xy > 0 \\ 0 & xy \leq 0 \end{cases}$$

הוכיחו שאם $f(0, 0) = f_x(0, 0) = f_y(0, 0) = 0$ אז h דיפרנציאבילית ב- $(0, 0)$.

4. כתבו את הפיתוח של טיילור של $f(x, y) = \sin(xe^y)$ סביב הנקודה $(\frac{\pi}{2}, 0)$ עד סדר 2.

5. כתבו את פיתוח טיילור של $f(x, y)$ סביב הנקודה $(1, 1)$ עד סדר 2, כאשר:

$$f(x, y) = x^y \quad (\text{א})$$

$$f(x, y) = \frac{x}{y} \quad (\text{ב})$$

6. כתבו את פיתוח טיילור לפונקציה $f(x, y) = \frac{1}{1-x^2y}$ סביב הנקודה $(0,0)$ ומצאו בעזרתו את:

$$\frac{\partial^6 f}{\partial x^4 \partial y^2}(0,0)$$

בהצלחה!