

תרגיל 5 - גיאומטריה דיפרנציאלית

להגשה עד 12/05/2023

שאלה 1

יהי משטח $S \subset \mathbb{R}^3$ המוגדר ע"י:

$$S = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x^2 + z^2 = 9\}$$

(א) תארו את צורתו הגיאומטרית של המשטח

(ב) מצאו פרמטריזציה של המשטח

(ג) המישורים $x = 1$, $y = 1$ חותכים את המשטח S לאורך העקומה γ_1, γ_2 . מהי

העקמומיות של העקומות הנ"ל?

(ד) מצאו את התבנית היסודית הראשונה עבור פרמטריזציה שמצאתם בסעיף ב'

(ה) חשבו את אורך העקומה γ_2 בעזרת סעיף ד'

שאלה 2

נתונה עקומה מישורית רגולרית ופשוטה $\gamma : [t_1, t_2] \rightarrow \mathbb{R}^2$

נגדיר את הגליל מעל γ כך: $\underline{x}(t, v) = (\gamma^1(t), \gamma^2(t), v)$

(א) חשבו את התבנית היסודית הראשונה של \underline{x}

(ב) מצאו פרמטריזציה של המשטח \underline{x} כך שהתבנית היסודית הראשונה שלו זהה לתבנית

היסודית הראשונה של המישור $\underline{y}(u, v) = (u, v, 0)$

שאלה 3

חשבו את התבנית היסודית הראשונה של המשטחים הבאים:

(א) המשטח נתון בצורה סתומה $z = f(x, y)$

(ב) $\underline{x}(\theta, \phi) = (\cosh(\phi)\cos(\theta), \cosh(\phi)\sin(\theta), \phi)$

(ג) $\underline{x}(\theta, \phi) = (\cosh(\phi)\cos(\theta), \cosh(\phi)\sin(\theta), \sinh(\phi))$