

שאלון בחינה בקורס: גיאומטריה אוקלידית ולא-אוקלידית (537-88)
 סמסטר א', מועד א': 17.02.17
 מרצה: פרופ' מיכאל כץ
 זמן בחינה: שלוש שעות

יש לענות על כל השאלות ולתת נימוק והסבר.

1. (18 נקודות) הוכיחו את משפט Menelaus: נקודות D, E, F על צלעות BC, CA, AB של משולש ABC הן קולינאריות אם ורק אם

$$\frac{BD}{DC} \frac{CE}{EA} \frac{AF}{FB} = -1$$

2. (18 נקודות) יהיו $a'', L \in \ell, L' \in \ell'$ נתונים. תנו בנייה המתחילה עם נקודה שרירותית B על ℓ ומיצרת ישר דרך B שהוא משיק לחתך חרוט Ω כאשר Ω עובר דרך L, L' ומשיק ל ℓ, ℓ', a'' .

3. (18 נקודות) מצא טרנספורמציה פרואקטיבית המעבירה מעגל $x^2 + y^2 = 1$ לחתך חרוט $XY = 4$.

4. (24 נקודות) יהיו A, B נקודות בדיסק חסום על ידי מעגל γ ונתבונן בקו גאודזי היפרבולי דרך A, B עם נקודות קצה P, Q על γ .
 א. תנו הגדרה מפורטת של מרחק היפרבולי $d(A, B)$.
 ב. הוכיחו שהמרחק ההיפרבולי הוא בלתי תלוי מסדר של הנקודות P, Q .

5. (30 נקודות) יהי $R(A, B, C, D_k)$ היחס הכפול של נקודות על ישר מרוכב פרויקטיבי, כאשר $A = \infty, B = 0, C = 1$. נניח $D_k = e^{\frac{ik\pi}{6}}$, כאשר $k = 1, \dots, 6$.

- א. מצא כל הערכים האפשריים השונים של היחס הכפול תחת כל התמורות של רביעיה (A, B, C, D_k) כאשר $k = 1$.
- ב. מצא כל הערכים האפשריים השונים של היחס הכפול תחת כל התמורות של הרביעיה כאשר $k = 2$.
- ג. תהי $f(k)$ מספר טוטאלי של ערכים שונים זה מזה של היחס הכפול תחת כל התמורות של הרביעיה (A, B, C, D_k) . חשב $f(k)$ כפונקציה מפורשת של האינדקס $k = 1, \dots, 6$.

בהצלחה!