

שאלון בחינה בקורס: גיאומטריה אוקלידית ולא-אוקלידית (537-88)
 סמסטר א', מועד ב': 02.04.17
 מרצה: פרופ' מיכאל כץ
 זמן בחינה: שלוש שעות

יש לענות על כל השאלות ולתת נימוק והסבר. שאלון סגור.

1. (18 נקודות) הוכיחו את משפט ההדדיות: אם P פולרי ל- p וגם Q פולרי ל- q ביחס לחתך חרוט Ω , אזי $P \in q$ גורר ל- $Q \in p$.

2. (18 נקודות) יהיו A, B, C, A', B' נקודות נתונות במישור. תנו בנייה המתחילה עם ישר שרירותי ℓ דרך A ומיצרת נקודה $X \in \ell$ הנמצאת על חתך חרוט Ω כאשר Ω עובר דרך A, B, C, A', B' .

3. (18 נקודות) מצא טרנספורמציה פרואקטיבית המעבירה מעגל $x^2 + y^2 = 1$ לחתך חרוט $Y = X^2$.

4. (28 נקודות) נתבונן בשדה $F = \mathbb{Z}/17\mathbb{Z}$ בעל שבעה אברים. יהי A מישור אפני מעל F , יהי FP^1 ישר פרויקטיבי מעל F , יהי FP^2 מישור פרויקטיבי מעל F .

- א. מצא מספר נקודות ב- FP^1 ומספר נקודות ומספר ישרים ב- A .
- ב. מצא מספר נקודות ומספר ישרים ב- FP^2 .
- ג. חשב מספר נקודות חיתוך ב- FP^2 בין זוג ישרים פרויקטיביים מוגדרים ע"י משוואות $x^1 + 3x^2 + 5x^3 = 0$ וגם $4x^1 + 5x^2 + 6x^3 = 0$ בקואורדינטות הומוגניות.
- ד. חשב מספר נקודות חיתוך ב- FP^2 בין זוג ישרים פרויקטיביים מוגדרים ע"י משוואות $2x^1 - x^2 + 3x^3 = 0$ וגם $3x^1 + 2x^2 - 6x^3 = 0$ בקואורדינטות הומוגניות.

5. (26 נקודות) יהי $R(A, B, C, D_k)$ היחס הכפול של נקודות על ישר הפרויקטיבי,

$$\text{כאשר } A = \infty, B = 0, C = 1, \text{ נניח } D_k = 5 - \frac{3k}{2}, \text{ כאשר } k = 1, \dots, 6.$$

- א. מצא כל הערכים האפשריים השונים של היחס הכפול תחת כל התמורות של רביעיה (A, B, C, D_k) כאשר $k = 1$.
- ב. מצא כל הערכים האפשריים השונים של היחס הכפול תחת כל התמורות של הרביעיה כאשר $k = 2$.
- ג. תהי $f(k)$ מספר טוטאלי של ערכים שונים זה מזה של היחס הכפול תחת כל התמורות של הרביעיה (A, B, C, D_k) . חשב $f(k)$ כפונקציה מפורשת של האינדקס $k = 1, \dots, 6$.

ב ה צ ל ח ה !