

שאלון בחינה בקורס: גיאומטריה אוקלידית ולא-אוקלידית (88-537)

סמסטר א', מועד ב': 22.03.18

מרצה: פרופ' מיכאל כץ

זמן בחינה: שלוש שעות

יש לענות על כל השאלות 1-5 ולתת נימוק והסבר. שאלון סגור.

1. (15 נקודות) הוכיחו את משפט Menelaus: נקודות D, E, F על צלעות

$$\frac{BD}{DC} \cdot \frac{CE}{EA} \cdot \frac{AF}{FB} = -1$$

אם ABC הן קולינאריות אם ורק אם

2. (25 נקודות) יהי t ישר משיק למעגל Ω ברדיוס $r > 0$ עם מרכז O . תהי T

נקודת השקה. תהי A נקודה על ישר t .

א. מצא משוואה המתקיימת על-ידי כמויות TA, r , והזוית $\sphericalangle TOA$.

ב. נסח שתי הגדרות שונות של ישר פולרי לנקודה ביחס למעגל Ω .

ג. יהיו A, B, C, D נקודות שונות על t , ויהיו a, b, c, d הישרים הפולריים

שלהן ביחס למעגל Ω . הוכח שמתקיים $R(A, B, C, D) = R(a, b, c, d)$.

3. (25 נקודות) בשאלה הזאת, ניתן להשתמש באקסיומות של מישור פרואקטיבי

בלבד.

א. נסח את האקסיומות של מישור פרואקטיבי.

ב. הוכח (על סמך אקסיומות בלבד) שאם A נקודה לא על ישר ℓ אזי קיימת

התאמה חד-חד ערכית בין ישרים דרך A לבין נקודות על ℓ .

ג. נניח שבמישור פרואקטיבי, יש בדיוק n נקודות על כל ישר. מצא מספר

נקודות במישור הפרואקטיבי.

4. (20 נקודות)

א. הגדר בצורה מפורטת את המושגים של פרספקטיביות ופרואקטיביות בין

ישרים פרואקטיביים.

ב. הוכח שפרואקטיביות בין שני ישרים שונים היא תמיד הרכבה של שתי

פרספקטיביות.

5. (15 נקודות) יהיו a'' , $L \in \ell$, $L' \in \ell'$ נקודות וישרים נתונים. תנו בנייה עם סרגל

בלבד המתחילה עם נקודה שרירותית B על ישר ℓ ומיצרת ישר דרך B שהוא

משיק לחתך חרוט העובר דרך L, L' ומשיק לישרים a'', ℓ, ℓ' .

(שאלת בונוס 10 נקודות) יהי S מעגל במישור. משולש במישור נקרא פולרי

לעצמו כאשר כל קודקוד הוא פולרי (ביחס ל- S) לצלע ממול. יהי ABC משולש

פולרי לעצמו. הוכח שאחד מן הקודקודים של ABC בהכרח נמצא בתוך המעגל

ושניים מחוצה לו.

ב ה צ ל ח ה !