

שאלון בחינה בקורס: גיאומטריה אוקלידית ולא-אוקלידית (88-537)

סמסטר א', מועד ב': 16.05.24

מרצה: פרופ' מיכאל כץ

זמן בחינה: שלוש שעות

יש לענות על כל 4 השאלות ולתת נימוק והסבר. שאלת בונוס היא רשות.

1. (25 נקודות) נקודה x נקראת נקודת שבת של f אם $f(x) = x$.
- א. מצא העתקה פרויקטיבית f השולחת נקודות $0, 1, \infty$ לנקודות $0, 6, 0$.
- ב. מהן הנקודותיה השבת של f אם יש?
- ג. מצא העתקה פרויקטיבית g השולחת $1, -1, 3$ לנקודות $0, -2, 2$.
- ד. מהן הנקודותיה השבת של g אם יש?
2. (25 נקודות) מצא טרנספורמציה פרואקטיבית המעבירה:
- א. מעגל $x^2 + y^2 = 1$ לחתך חרוט $2XY - 1 = 0$.
- ב. מעגל $x^2 + y^2 = 1$ לחתך חרוט $X^2 - 2XY + 1 = 0$.
- ג. מעגל $x^2 + y^2 = 1$ לחתך חרוט $4X^2 + 9Y^2 - 1 = 0$.
3. (25 נקודות)
- א. הגדר בצורה מפורטת את המושגים של פרספקטיביות ופרואקטיביות בין ישרים פרואקטיביים במישור פרואקטיבי.
- ב. הוכח שפרואקטיביות בין שני ישרים שונים היא תמיד הרכבה של שתי פרספקטיביות.
- ג. האם כל פרואקטיביות בין ישר ℓ לעצמו היא הרכבה של מספר סופי של פרספקטיביות?
4. (25 נקודות) יהיו A, B, C, A', B' נקודות נתונות במישור. תנו בנייה מפורטת בשלבים, המתחילה עם ישר שרירותי x דרך נקודה A ומיצרת נקודה $Y \in x$ (בדרך כלל $Y \neq A$) הנמצאת על החתך החרוט העובר דרך הנקודות A, B, C, A', B' .
- (שאלת בונוס 8 נקודות) תהי P נקודה במישור הנמצאת בתוך אליפסה E . יהי XY מיתר של E העובר דרך נקודה P . יהיו s, t משיקים לאליפסה בנקודות X, Y ונגדיר $A = s \cap t$. באופן דומה יהי $X'Y'$ מיתר אחר דרך P , s', t' משיקים ב X', Y' וגם $A' = s' \cap t'$. נתבונן בישר $p = AA'$. הוכח או הפרך: בהכרח ישר p הוא פולרי לנקודה P .

ב ה צ ל ח ה !