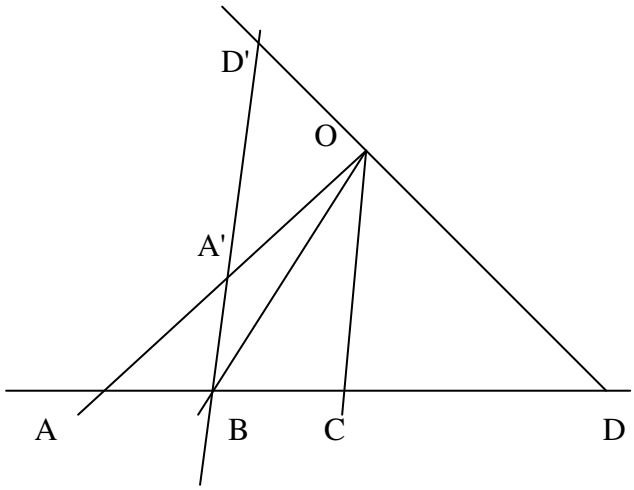
תרגיל 4 (להגשה ב- 31.5)

1. יהי $F = Z_2$ שדה בעל שני איברים.
א) כמה ישרים יש ב- $FP^2$? כמה נקודות יש על כל ישר?
ב) מהן הנקודות על הישר באינסוף?
ג) רשמו את כל הנקודות ב- $FP^2$.
ד) ציירו מודל של $FP^2$ : ז"א – ציירו את הנקודות ואת הישרים העוברים דרכן על פי א), ב).

2. תהיינה A,B,C,D ארבע נקודות על ישר l , O נקודה שאינה על הישר. נעביר דרך B ישר המקביל ל- OC ותהיינה A',D' נקודות החיתוך של הישר עם OA,OD . הוכיחו ש- R(B,C;A,D) = A'B/D'B רק על פי העובדה שפרספקטיבה שומרת על יחס כפול.




3. תהיינה A,B,C שלוש נקודות על ישר l ונקודה P שאינה על l. בשיעור ראיתם את הבניה הגיאומטרית של נקודה D על l כך שהרביעייה A,B,C,D היא הרמונית.
תארו (וציירו) בניה דואלית של הנ"ל: התחילו עם שלישיית ישרים a,b,c קונקורנטיים בנקודה L ובנו ישר d שעובר דרך L כך שרביעייה a,b,c,d הרמונית (הוכיחו שאכן הרביעייה הרמונית).

4. א) האם קיימת העתקה פרויקטיבית מהישר הפרויקטיבי לעצמו השולחת את הנקודות 1,2,3,4 לנקודות 0,-2,-3,-5 בהתאמה (אנו מתייחסים כאן לישר כ- $(RP^1 = R \cup \{\infty\})$?
ב) האם יכולה להיות קיימת העתקה פרויקטיבית מהישר הפרויקטיבי לעצמו השולחת את הקבוצה {1,2,3,4} לקבוצה {0,-2,-3,-5}?

5. ציירו את הציורים המתאימים לטענות הבאות, נסחו את הדואלי להן וציירו גם אותו:
א) אם A,B,C נקודות שונות לא קולינאריות ו- E,D נקודות שונות כך ש- D,B,C קולינאריות ו- C,A,E קולינאריות אז יש נקודה F כך ש- A,B,F קולינאריות ו- D,E,F קולינאריות.
ב) [משפט פפוס הזעיר]: אם $R_1,R_2,R_3$ הן נקודות שונות על ישר r ו- $S_1,S_2,S_3$ נקודות שונות על ישר s ואם הישרים $R_1S_1, R_2S_2, R_3S_3$ נפגשים בנקודה P אז הנקודות $R_2S_3 \cap R_3S_2, R_1S_3 \cap R_3S_1,$ $R_1S_2 \cap R_2S_1$ נמצאות על ישר p שהוא קונקורנטי עם הישרים r,s.