תרגיל 6 (להגשה עד: 21.6.09)

1. יהי C מעגל ב- R^2 עם רדיוס 5 שראשיתו בראשית הצירים.
א) תהי $P = (3,4)$. מצאו את המשוואה של הקו הפולרי לנקודה P ביחס ל-C.
ב) תהי $P = (2,2)$. מצאו את המשוואה של הקו הפולרי לנקודה P ביחס ל-C.

2. יהי C מעגל. משולש נקרא דואלי-לעצמו אם כל קודקוד הוא פולרי (ביחס ל-C) לצלע שממולו (ז"א – הקו הפולרי לקודקוד הוא הצלע שממול לקודקוד). יהי ABC משולש דואלי-לעצמו.
א) הוכיחו שמרכז המעגל הוא החיתוך של כל גבהי המשולש.
ב) הוכיחו שאחד מקודקודי המשולש ABC הוא בהכרח בתוך המעגל והשניים האחרים הם מחוצה לו.
ג) ציירו ציורים מתאימים ל-א), ב).

3. יהי C מעגל, O המרכז שלו.
א) מהו הישר הפולרי ל-O ב- RP^2?
ב) בהנחה ש- $\{z=0\}$ מייצג את הישר באינסוף במישור הפרוייקטיבי RP^2, תהיינה A,B שתי נקודות שונות על ישר זה, ויהיו a,b הישרים הפולריים המתאימים. מהי נקודת החיתוך של a ו-b?

4. יהי C מעגל שמרכזו M, ו-P נקודה שאינה על C השונה מ-M. תהיינה X,Y נקודות על C כך ש זווית PMX = זווית PMY וכך שהישר PX חותך את המעגל C בעוד נקודה 'X והישר PY חותך את המעגל C בעוד נקודה 'Y.

נגדיר: $Q = XY' \cap X'Y,\ R = XY \cap X'Y'$.

א) הוכיחו ש- QR מאונך ל-PM.
ב) הוכיחו שאם Q בתוך המעגל אז P,R מחוץ לו (הסתמכו על תכונות ידועות של הישר הפולרי).

<u>הגדרה</u>: יהי p ישר ו-C חתך חרוט. הנקודה P כך שהישר p הוא הישר הפולרי לנקודה זו נקראת *הקוטב* של p.

5. כזכור, הישר הפולרי לנקודה P (מחוץ למעגל C) הוגדר בעזרת העברת שני ישרים דרך P החותכים את המעגל בנקודות `X,X`,Y,Y. בנו עתה את הבניה הדואלית (כאשר נקודה על המעגל C עוברת (דואלית/פולרית) לישר משיק למעגל C באותה נקודה): ז"א:

יהי p ישר (החותך מעגל C בשתי נקודות). בנו את הקוטב ל-p (ז"א – נקודה P כך שהישר p יהיה הישר הפולרי לנקודה P) על ידי בחירת שתי נקודות על הישר p והוצאת 4 משיקים מהן למעגל C.