

# בוחן אמצע בגיאומטריה דיפרנציאלית

מספר קורס 88201

14.05.2026

## תרגיל 1. סיווג של משטח ריבועי

40 נקודות

נתון המשטח הריבועי

$$x^2 + 2xy + y^2 + 3z^2 - 4x + 2y + 6z + 1 = 0.$$

(א) בצעו החלפת קואורדינטות המלכסנת את החלק הריבועי. 25 נקודות

(ב) כתבו משוואה בצורה סטנדרטית וקבעו האם המשטח מנוון. 15 נקודות

## תרגיל 2. הסיאן ונקודות קריטיות

21 נקודות

תהי

$$f(x, y) = x^4 + y^4 - 4xy.$$

(א) מצאו את כל הנקודות הקריטיות של  $f$ . 7 נקודות

(ב) חשבו את מטריצת ההסיאן  $H_f(x, y)$ . 7 נקודות

(ג) סווגו כל נקודה קריטית כמינימום מקומי, מקסימום מקומי או נקודת אוקף. 7 נקודות

## תרגיל 3. עקומות, אורך קשת ועקמומיות

40 נקודות

### חלק א. עקמומיות פרמטרית

20 נקודות

יהי  $T \geq 0$  ותהי

$$\alpha(t) = e^t(\cos t, \sin t), \quad 0 \leq t \leq T.$$

(א) חשבו את  $\|\alpha'(t)\|$ . 10 נקודות

(ב) מצאו את אורך העקומה מ- $t = 0$  עד  $t = T$ . 10 נקודות

### חלק ב. עקמומיות סתומה בעזרת בייטמן-רייס

20 נקודות

נתבונן בעקומה הסתומה

$$C = \{(x, y) : y^2 = x^3 + x\}.$$

תהי

$$F(x, y) = y^2 - x^3 - x.$$

(א) ודאו כי  $p = (0, 0)$  ו- $q = (1, \sqrt{2})$  הן נקודות רגולריות של  $C$ . 10 נקודות

(ב) חשבו את  $D_B(F)$ , פשטו אותו בעזרת משוואת העקומה, וחשבו את עקמומיות  $C$  בנקודות  $p$  ו- $q$ . 10 נקודות