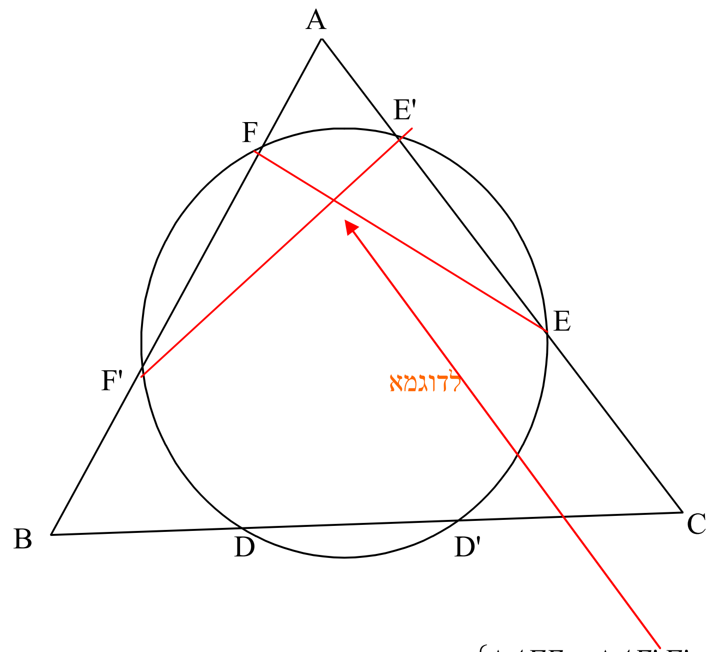
<u>88-524-תרגיל 1-פתרון:</u>

1.התבוננו בשירטוט הנ"ל והראו כי CF,BE,AD קונקורנטיים $\Leftrightarrow$ AD',BE',CF' קונקורנטיים.



פתרון:

נשים לב כי $\begin{cases}\Delta AFE \approx \Delta AE'F' \\ \Delta BF'D' \approx \Delta BDF \\ \Delta CD'E' \approx \Delta CED\end{cases}$ שלושתם בשל זווית אחת משותפת וזווית אחת היקפית זהה, לכן:

CF,BE,AD קונקורנטיים $\overset{Ceva}{\Longleftrightarrow} \frac{AF}{FB}\frac{BD}{DC}\frac{CE}{EA}=1 \overset{\text{דמיון}}{\Longleftrightarrow} \frac{AF'}{F'B}\frac{BD'}{D'C}\frac{CE'}{E'A}=1 \overset{Ceva}{\Longleftrightarrow}$ CF',BE',AD' קונקורנטיים

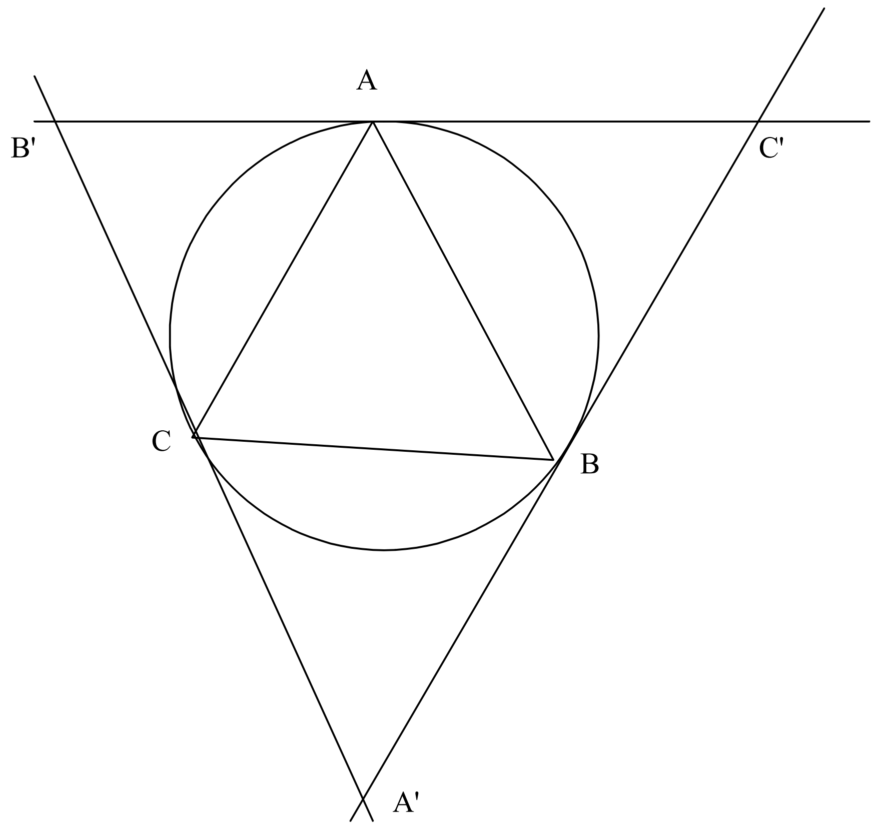
2.יהי משלוש ABC חסום במעגל. נעביר משיקים למעגל בנקודות C,B,A כך ש-

המשיקים דרך B ו C נפגשים ב A'

" " A ו C " ב B'

" " B ו A " ב C'.

א. שרטטו שרטוט מתאים.



ב.   הוכיחו: AA',BB',CC' קונקורנטיים (רמז: Ceva ל A'B'C').

ממשפט ידוע כי המשיקים היוצאים מאותה נק' שווים לכן:

$$\frac{\cancel{B'}C}{\cancel{C}A'}\frac{A'\cancel{B}}{B\cancel{C'}}\frac{\cancel{C'}A}{\cancel{A}B'}=1$$

ג.   האם ומדוע $BC \cap B'C', \quad AB \cap A'B', \quad AC \cap A'C'$ קולינאריים?

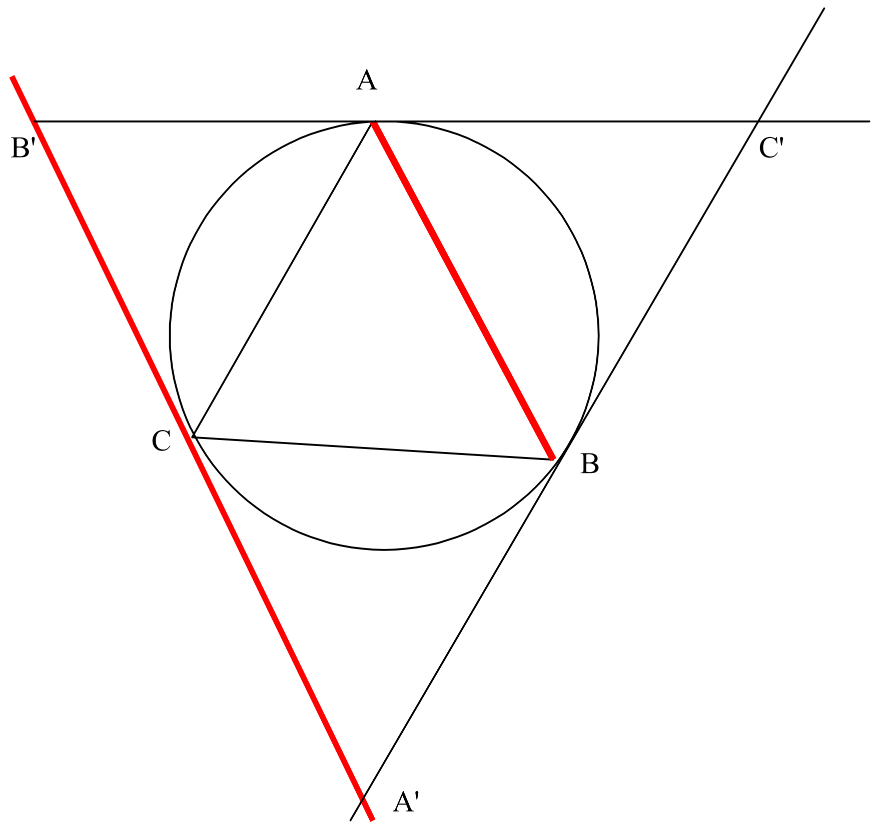
לפי דסרג: הם בפרספ' מנק' ולכן בפרספ' מישר.

ד.   האם ההנחה ב-ג' תמיד נכונה? כלומר, מצאו את כל המיקרים בהם חיתוכים שכאלו אינם מתקיימים ב- R^2 , ונסחו טענות המתאימות למקרים אלו.

$AB \parallel A'B'$:

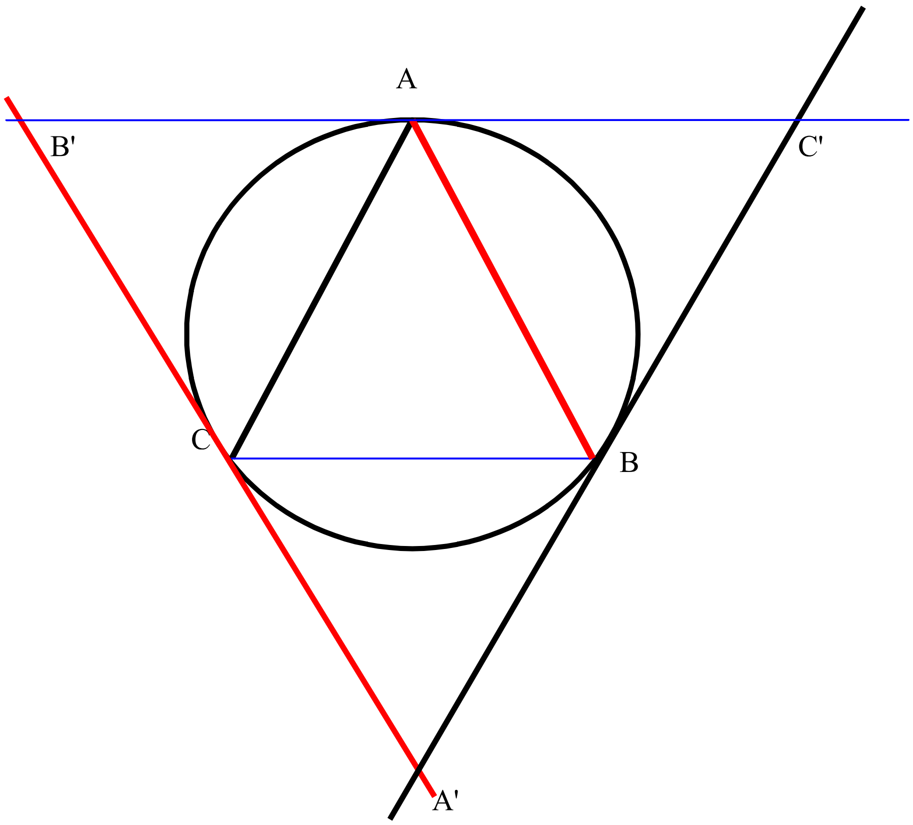
יכול להיות ש- $A'B' \parallel AB$ ב- R^2 . (כאשר המשולש שווה שוקיים). במקרה זה, אם נסמן $AC \cap A`C` = p =$ {הנקודה ב-∞ עם שיפוע המתאים לשיפוע AC}.

במקרה זה הישר דרך $AB \cap A`B`, BC \cap B`C`$ יעבור דרך p.



$AB \parallel A'B', AC \parallel A'C', BC \parallel B'C'$:

כאשר המשולש שווה צלעות, כל זוג צלעות מתאימות מקבילות זו לזו. גם במקרה זה חיתוכי הצלעות יהיו קולינאריים – כולן יהיו על הישר באינסוף.



3.יהי R שדה המספרים הממשיים ו $R^* = R - \{0\}$.

תהי $G = (R^*, \cdot)$ ו- $X = R^2 - \{(0,0)\}$ ונגדיר:

$g * (x,y) = (g \cdot x, g \cdot y) \quad \forall (g,(x,y)) \in R^* \times X$.

א.היזכרו מקורס באלגברה מופשטת מהי פעולה על קבוצה והראו ש * מגדיר פעולה של החבורה G על הקבוצה X.

הערה: מרחב המנה נקרא RP^1.

ב.יהי F שדה סופי בעל p איברים, יהי $F^* = F - \{0\}$ ונגדיר:

$(a,(x,y)) \mapsto (ax, ay) \in F^2 - \{(0,0)\} \quad \forall (a,(x,y)) \in F^* \times (F^2 - \{(0,0)\})$.

הראו שבכך הגדרנו פעולה של החבורה F^* על $F^2 - (0,0)$.

פעולה על חבורה G על קבוצה X היא פונקציה $G \times X \to X$ שמקיימת שתי תכונות:

1) $1_G * x = x$ 2) $g_1 * (g_2 * x) = (g_1 g_2) * x$

גם ב-א) וגם ב-ב) יש להראות קיום שתי תכונות אלו.

ג.נגדיר את מרחב המנה $FP^1 = (F^2 - (0,0)) / F^*$. כמה איברים יש בו?

ד. באותו אופן נגדיר את מרחב המנה $FP^n = (F^{n+1} - (0,...,0)) / F^*$. כמה איברים יש בו?

ג) $|FP^1|\ (*) = |\ F^2 - (0,0)| / |F-0| = (p^2-1)/(p-1)=p+1$.

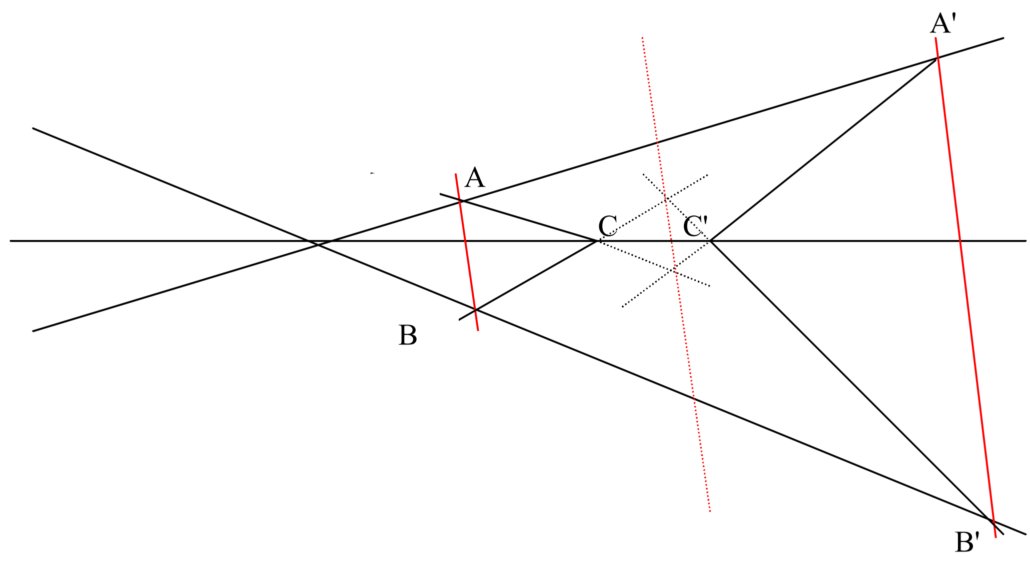
ד) $|FP^n|\ (*) = |F^{n+1} - (0,..,0)| / |F-0| =(p^{n+1}-1)/(p-1)$

4. ע"פ משפט דזרג שני משולשים ABC,A'B'C' הם בפרספקטיבה מישר $\Leftrightarrow$ הם בפרספקטיבה מנקודה.

קבעו האם המקרים הבאים יכולים להתרחש ושרטטו שרטוט מתאים למקרים שכן אשר ימחישו את משפט דזרג:

א. $AB \parallel A'B'$ ואין זוג מקביל נוסף.

יכול להתרחש - במקרה זה הישר המחבר את שתי נקודות החיתוך מקביל לזוג הצלעות המקבילות.

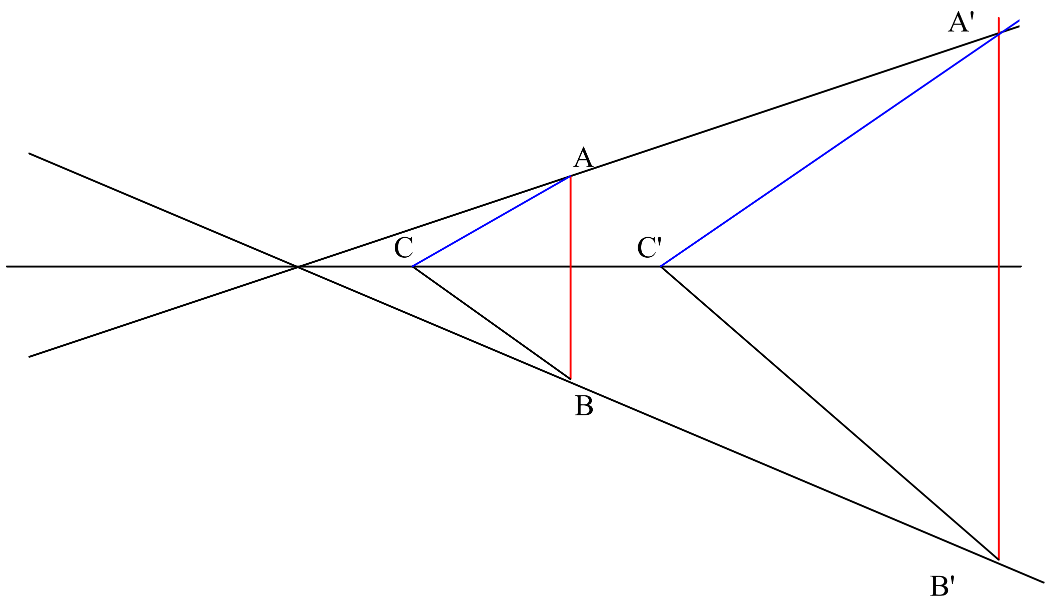


ב. $AC \parallel A'C' \quad \wedge \quad AB \parallel A'B'$ ואין זוג מקביל נוסף.

לא יכול להתרחש – אם יש 2 זוגות של צלעות מקבילות אז גם הזוג השלישי יהיה של צלעות מקבילות (זאת מכיוון שלא ניתן לחבר 2 נקודות באינסוף עם נקודה שאיננה באינסוף בקו ישר).

ג. $BC \parallel B'C' \quad \wedge \quad AC \parallel A'C' \quad \wedge \quad AB \parallel A'B'$.

במקרה זה I,J,K כולן יהיו על הישר באינסוף.



בהצלחה!