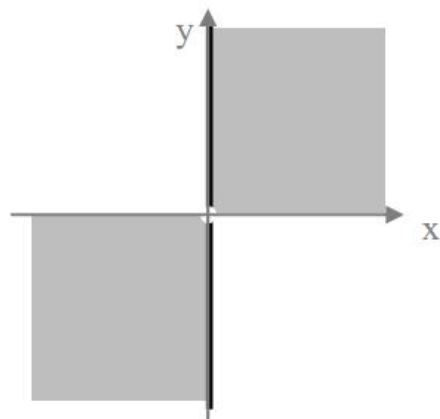


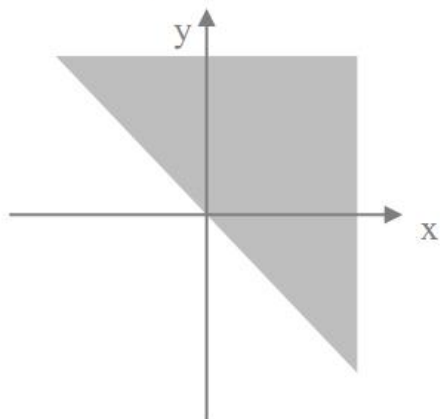
חשבון אינפיניטסימלי 2 למדמ"ח - 89133 – פתרון תרגיל בית מס' 6

שאלה 1

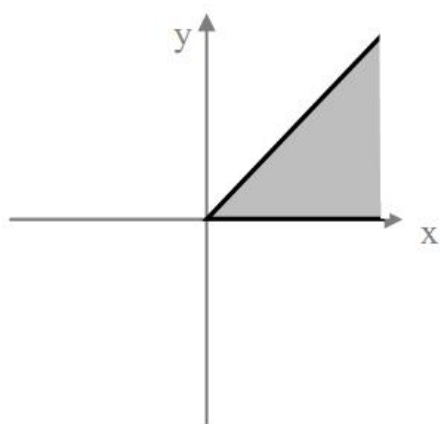
א. $x \leq 0, y < 0$ או $x \geq 0, y > 0$



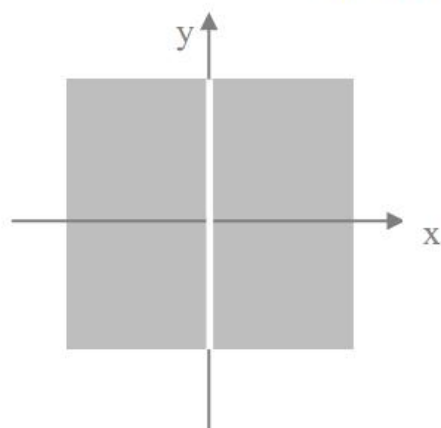
ב. $x + y > 0 \Rightarrow y > -x$



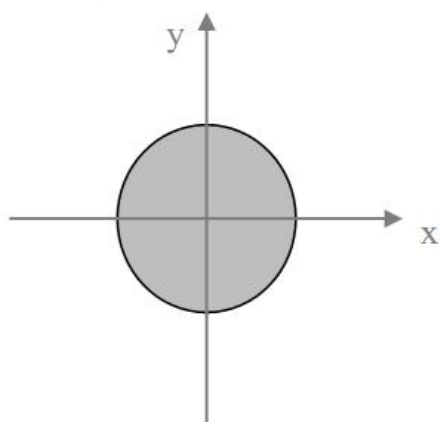
ג. $y \geq 0, x \geq y$



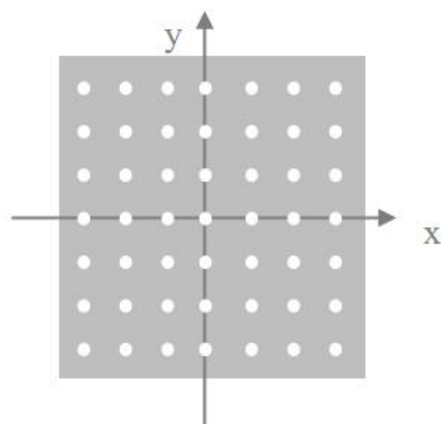
ד. $x \neq 0$

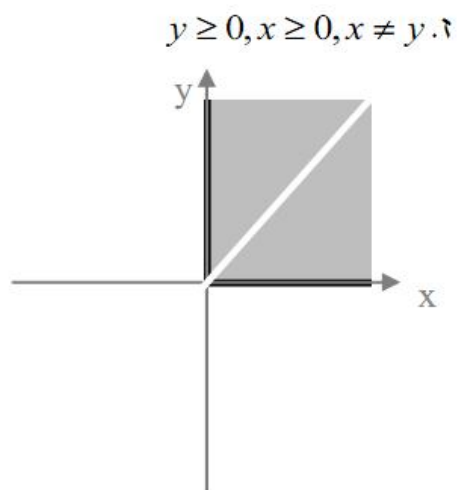
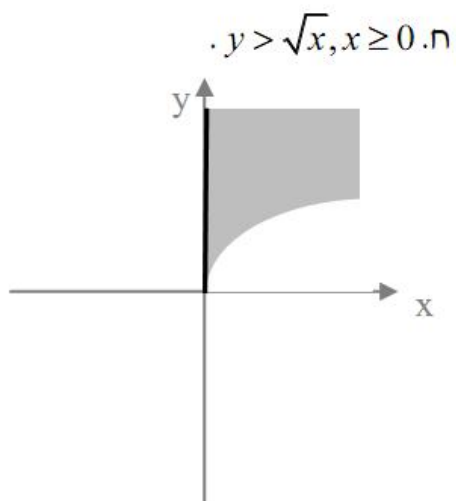


ה. $1 - x^2 - y^2 \geq 0 \Rightarrow x^2 + y^2 \leq 1$



ו. $y \neq \pi k, x \neq \pi k$ בו זמנית





שאלה 2

נמצא קווי גובה:

א. $f(x, y) = \frac{x}{y^2 + 1}$

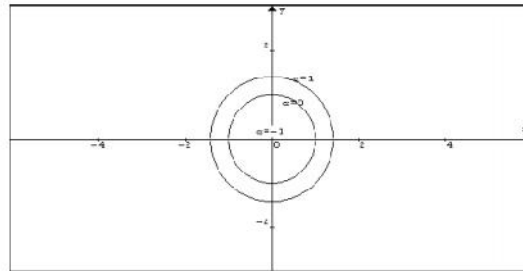
C	משוואה	תאור
$C = -1$	$\frac{x}{y^2 + 1} = -1$	$x = -y^4 - 1$
$C = 0$	$\frac{x}{y^2 + 1} = 0$	$x = 0$
$C = 1$	$\frac{x}{y^2 + 1} = 1$	$x = y^4 + 1$

ב. $f(x, y) = \sqrt{x}\sqrt{y}$

C	משוואה	תאור
$C = -1$	$\sqrt{x}\sqrt{y} = -1$	הקבוצה הריקה
$C = 0$	$\sqrt{x}\sqrt{y} = 0$	$x = 0$ או $y = 0$ (איחוד של 2 קווים) כאשר שני המשתנים בנוסף גם אי שליליים
$C = 1$	$\sqrt{x}\sqrt{y} = 1$	$y = \frac{1}{x}, x > 0$ ז"א קיבלנו ענף של היפרבולה

$$f(x, y) = 4x^2 + 4y^2 - 1 \quad .\lambda$$

C	משוואה	תאור
$C = -1$	$4x^2 + 4y^2 - 1 = -1$	נקודה - $(x, y) = (0, 0)$
$C = 0$	$4x^2 + 4y^2 - 1 = 0$	מעגל ברדיוס חצי - $x^2 + y^2 = \left(\frac{1}{2}\right)^2$
$C = 1$	$4x^2 + 4y^2 - 1 = 1$	מעגל ברדיוס $\frac{1}{\sqrt{2}}$ - $x^2 + y^2 = \frac{1}{2}$



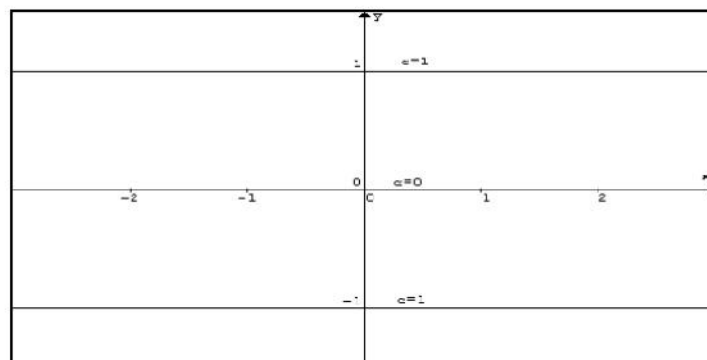
$$f(x, y) = \frac{2}{x^2 + y^2} + 5 \quad .\delta$$

C	משוואה	תאור
$C = -1$	$\frac{2}{x^2 + y^2} + 5 = -1$	הקבוצה הריקה - $\frac{2}{x^2 + y^2} = -6$
$C = 0$	$\frac{2}{x^2 + y^2} + 5 = 0$	הקבוצה הריקה - $\frac{2}{x^2 + y^2} = -5$
$C = 1$	$\frac{2}{x^2 + y^2} + 5 = 1$	הקבוצה הריקה - $\frac{2}{x^2 + y^2} = -4$

וברור כי לכל מספר קטן מ-5 מקבלים קבוצה ריקה, עבור 5 נקודה ואחרת מעגלים.

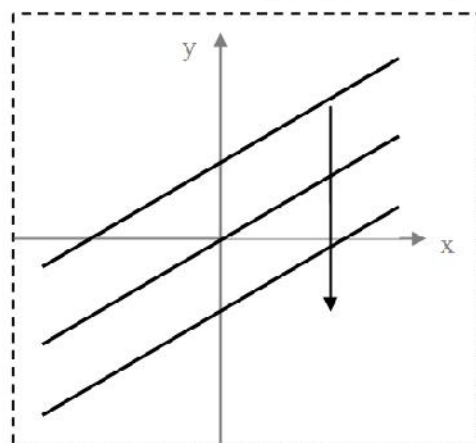
$$f(x, y) = x^3 \quad .\eta$$

C	משוואה	תאור
$C = -1$	$x^3 = -1$	ישר - $x = -1$
$C = 0$	$x^3 = 1$	ישר - $x = 0$
$C = 1$	$x^3 = 1$	ישר - $x = 1$



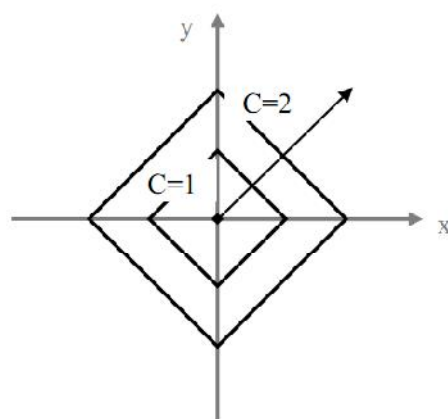
C	משוואה	תאור
$C = -1$	$2x - 3y = -1$	ישר
$C = 0$	$2x - 3y = 0$	ישר
$C = 1$	$2x - 3y = 1$	ישר

$$f(x, y) = 2x - 3y \quad .ג.$$



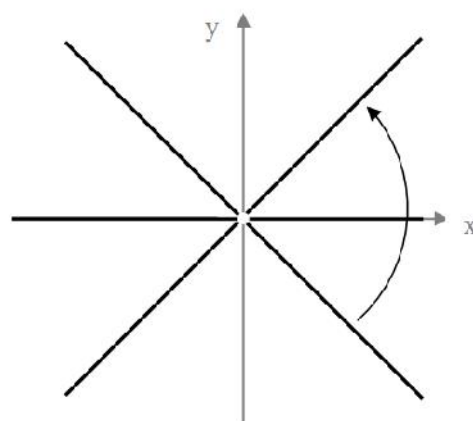
$$f(x, y) = |x| + |y| \quad .ד.$$

C	משוואה	תאור
$C = -1$	$ x + y = -1$	הקבוצה הריקה
$C = 0$	$ x + y = 0$	נקודה (הראשית)
$C = 1$	$ x + y = 1$	ריבוע מסובב ב-45 מעלות



$$f(x, y) = \frac{y}{x} \quad .ה.$$

C	משוואה	תאור
$C = -1$	$\frac{y}{x} = -1$	$y = -x, x \neq 0$ ישר ללא הראשית
$C = 0$	$\frac{y}{x} = 0$	$y = 0, x \neq 0$ ישר ללא הראשית
$C = 1$	$\frac{y}{x} = 1$	$y = x, x \neq 0$ ישר ללא הראשית



העקומות שוות הערך (קוי גובה) הינן ישרים היוצאים מהראשית אך אינן כוללות אותה.

שאלה 3

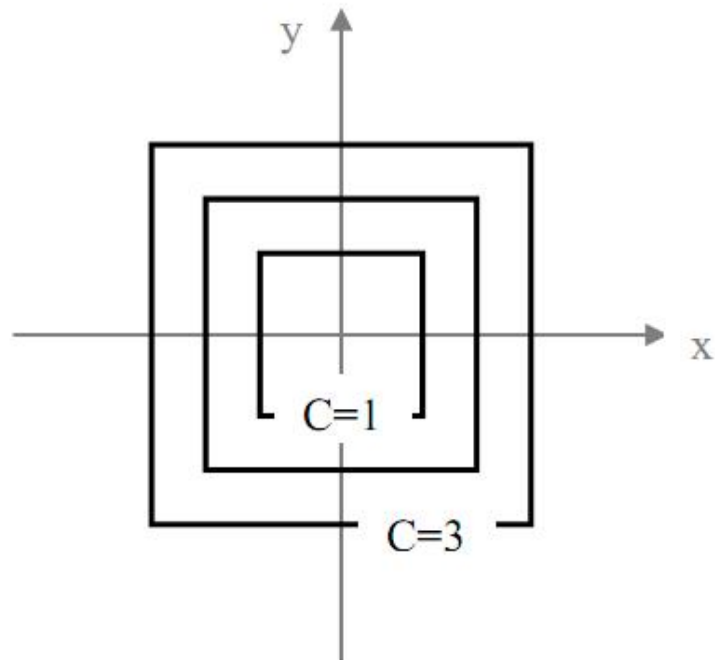
עבור $f(x, y) = \max\{x, y\}$

א. חישוב ערך הפונקציה בנקודות:

$$f(3,4) = 4, f(4,4) = 4, f(0,4) = 4, f(24,3) = 3$$

ב. הקבוצה $\{(x, y) \mid f(x, y) = 5\} = \left\{ (x, y) \left| \begin{array}{l} x = 5 \text{ and } y \leq 5 \\ \text{or} \\ y = 5 \text{ and } x \leq 5 \end{array} \right. \right\}$

ג. מפת עקומות שוות הערך של הפונקציה L

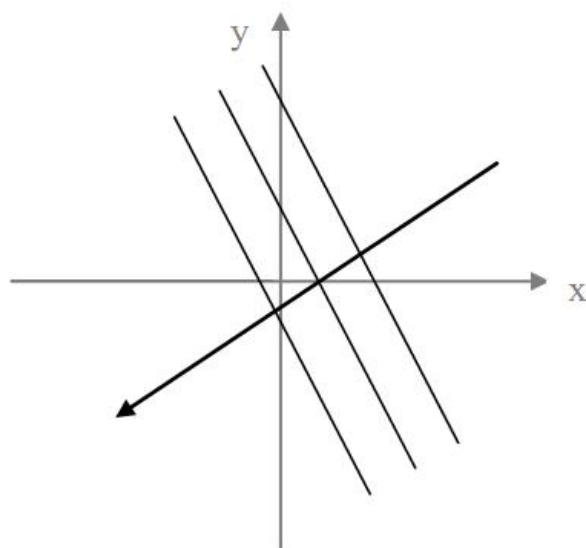


שאלה 4

$$f(x, y) = 3 - 2x - y \quad \text{א.}$$

קווי גובה $3 - 2x - y = c$ ו"א $y = -2x + (3 - c)$.

ישרים בעלי שיפוע שלילי. ערך הפונקציה עולה בכיוונים השליליים של הצירים:



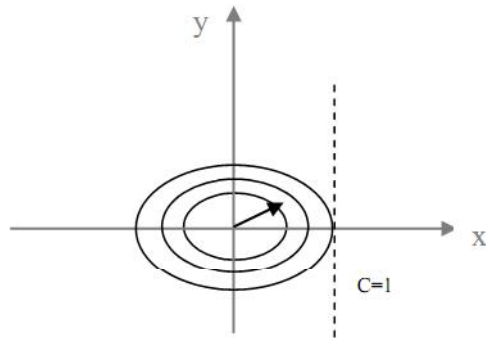
$$f(x, y) = \ln\left(1 - \frac{x^2}{4} - \frac{y^2}{9}\right) \quad \text{ב.}$$

$$0 \leq \frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{9} < 1 \Leftrightarrow 1 - \frac{x^2}{4} - \frac{y^2}{9} > 0$$

$$\text{אליפסה} \quad \frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{9} = 1 - \frac{1}{e} \Leftrightarrow \ln\left(1 - \frac{x^2}{4} - \frac{y^2}{9}\right) = -1 \Leftrightarrow c = -1$$

$$\text{מתקיים רק עבור הראשית.} \quad \frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{9} = 0 \Leftrightarrow 1 - \frac{x^2}{4} - \frac{y^2}{9} = 1 \Leftrightarrow \ln\left(1 - \frac{x^2}{4} - \frac{y^2}{9}\right) = 0 \Leftrightarrow c = 0$$

קווי גובה הפונקציה הינו אליפסות סביב הראשית.



$$f(x, y) = \frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{9} + 7 \quad \text{ג.}$$

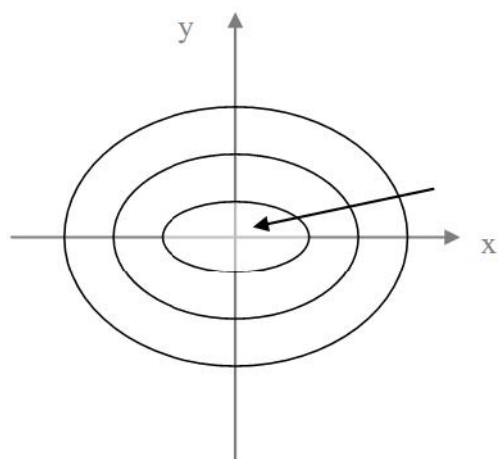
תחום ההגדרה הוא כל הממשיים והטווח הינו ממשיים אי שליליים לכן קבלנו אוסף של אליפסות סביב הראשית כאשר כיוון עליית הפונקציה הינו בכיוון מנוגד לראשית הצירים.

$$f(x, y) = \frac{1}{2x^2 + y^2} \quad \text{ד.}$$

C אינו יכול להיות 0 או שלילי לכן נניח $C > 0$

$$\frac{1}{2x^2 + y^2} = C \Rightarrow \frac{1}{C} = 2x^2 + y^2 \Rightarrow C_0 = 2x^2 + y^2 \Rightarrow C_1^2 = 2x^2 + y^2 \Rightarrow$$

$$\frac{x^2}{C_1^2/2} + \frac{y^2}{C_1^2} = 1$$



ה. $f(x, y) = 2^{\sqrt{x-y}}$

התמונה היא $(0, \infty)$. נבדוק מהם קוי הגובה עבור קבוע חיובי :

$$2^{\sqrt{x-y}} = C$$

$$\sqrt{x-y} \ln 2 = \ln C$$

$$x - y = \left(\ln \frac{C}{2}\right)^2 = C_1$$

כלומר קוי הגובה הינם ישרים מקבילים בעלי שיפוע חיובי.