

Infinitesimal Calculus 2 for CS - 89133

תרגיל מספר 7 – גבולות, רציפות ונגזרות של פונקציות בשני משתנים

שאלה 1

בדקו האם לפונקציות הבאות קיים גבול ב נק' $(0,0)$

$$f(x, y) = \frac{x^2 - y^2}{x^2 + y^2} \quad \text{א.}$$

$$f(x, y) = \frac{2x^3 - 3y}{3x^3 + 2y} \quad \text{ב.}$$

$$f(x, y) = \frac{\sin xy}{y} \quad \text{ג.}$$

$$f(x, y) = \frac{x^2 y}{y^2 + x^4} \quad \text{ד.}$$

$$f(x, y) = \frac{x^3 + xy^2}{x^2 + y^4} \quad \text{ה.}$$

שאלה 2

האם ניתן להגדיר את הפונקציות הבאות בנקודה $(0,0)$ כרציפות?
אם כן מהו הערך בנקודה זו כך שהפונקציה תהינה רציפה?

$$f(x, y) = \frac{2x + 3y}{3x - 2y} \quad \text{א.}$$

$$f(x, y) = xy \cos \frac{1}{x^2 + y^2} \quad \text{ב.}$$

$$f(x, y) = \frac{2x^3}{3x^2 + 4y^2} \quad \text{ג.}$$

$$f(x, y) = \frac{x^2 + y^4}{x^4 + y^2} \quad \text{ד.}$$

שאלה 3

חשבו את הנגזרות החלקיות של הפונקציות הבאות :

א. $f(x, y) = xy + 3x^2 - 5y^5$

ב. $f(x, y) = e^{x/y}$

ג. $f(x, y) = \sqrt{x^2 + y^2}$

ד. $f(x, y) = \frac{x}{y} - \frac{y}{x}$

ה. $f(x, y) = e^{\arctg \frac{x}{y}}$

שאלה 4

חשבו את הנגזרות החלקיות של הפונקציה $f(x, y) = \begin{cases} \frac{x^3 y}{x^3 + y^2} & (x, y) \neq (0, 0) \\ 0 & (x, y) = (0, 0) \end{cases}$

שאלה 5

הוכיחו כי הפונקציה $f(x, y) = y^2 \sin(x^2 - y^2)$ מקיימת את המשוואה: $y^2 f_x + xy f_y = 2xf$.

שאלה 6

הוכיחו כי הפונקציה $f(x, y) = \ln(x^2 + y^2)$ מקיימת את המשוואה: $f_x - xf_y = 0$.