

משוואות דיפרנציאליות רגילות 88-240
תשס"ט סמסטר קיץ מועד א'

יש לענות על חמש משבע השאלות. כל חומר עזר מותר בשימוש (כולל מחשבון).
משך הבחינה: שעתיים וחצי
אנא רשמו בבירור על איזו שאלה וסעיף אתם עונים והקיפו את התשובות הסופיות במלבן.

1. קצב ההתאדות של טיפת מים כדורית (כלומר, שינוי הנפח ליחידת זמן) פרופורציוני לשטח פני הטיפה (עם קבוע פרופורציה c).
א. מצאו את המשוואה שמקיים רדיוס הטיפה.
ב. אם בזמן $t=0$ רדיוס הטיפה הוא a , כמה זמן ייקח לטיפה להתאדות כליל?

2. נתונה מערכת המשוואות הבאה:

$$\frac{dx}{dt} = -x + 2y$$

$$\frac{dy}{dt} = -2y + 3z$$

$$\frac{dz}{dt} = -3z + x$$

- א. פתרו את המערכת.
ב. נתון $x(0)+y(0)+z(0)=1$. מהו $x(t)+y(t)+z(t)$ כפונקציה של t ?
ג. בהנתן תנאי ההתחלה מסעיף ב', מהם x, y, z כאשר $t \rightarrow \infty$?

3.

- א. פתרו את המשוואה $y'' - y' + 2y = x^2$?
ב. מהו הפתרון בהנתן תנאי ההתחלה $y(0)=1, y'(0)=2$?

4. פתרו את המשוואה $x^2 y'' - 2xy' + y = x^2$.

5. מצאו פתרונות רגולריים וסינגולריים למשוואה $(y^2 + 2xy + 3y)y' + (2y^2 + 6xy + 8y) = 0$

6. פתרו: $e^{-y} \cos y dx - e^{-y} x \sin y dy = 0$

7. פתרו בטור את $2x^2 y'' - xy' + (x^2 + 1)y = 0$ סביב 0 עד לאיבר הרביעי לכל פתרון בסיסי.

בהצלחה!