

תשובות למבחן

1. נסמן G-משקפיים F-בת M-בן V-ועד. נתון $P(G)=0.24, P(M)=0.4, P(F)=0.6$.
 a. לפי הסתברות שלמה $P(G)=P(G|M)P(M)+P(G|F)P(F)$. מציבים ומקבלים $P(G|M)=0.3$.
 b. מס' האפשרויות לבחור 2 בנים ו-2 בנות חלקי מס' האפשרויות לבחור 4 תלמידים

$$P = \frac{\binom{8}{2} \times \binom{5}{2}}{\binom{13}{4}} = 0.39 \text{ כלשהם:}$$

- c. לפי בייס: $P(V|G)=P(G|V)P(V)/P(G)$.
 $P(V)=4/13$ (4 תלמידים מתוך 13 חברים בוועד)
 לפי הסתברות שלמה בכיתה: $P(G)=P(G|M)*5/13+P(G|F)*8/13=3.1/13$
 נציב ונקבל $P(V|G)=1/3.1=0.322$

2.

- a. לפי התפלגות בינומית: $P = \binom{6}{5} 0.6^5 \times 0.4 = 0.1866$
 b. אחרי 4 החטאות ידועות ההסתברות להצליח בניסיון השלישי לפי התפלגות גיאומטרית: $P = 0.4^2 \times 0.6 = 0.096$
 c. התוחלת שווה לסכום התוחלות ולינארית בכפל בקבוע:
 $E(x)=2*0.7*5+3*0.4*4=11.8$
 השונות ריבועית בכפל בקבוע ושווה לסכום השונות (כי הקליעות בלתי תלויות). לכל מרחק בנפרד מחושבת לפי ההתפלגות הבינומית:
 $Var(x)=2^2*5*0.7*0.3+3^2*4*0.4*0.6=12.84$
 מכאן $\sigma_x = \sqrt{Var(x)} = 3.6$

3. A-אוגריתית B-אשורית C-אכדית

- a. קבוצה חלקית: $P(A \cap B \cap C) \leq P(C) = 0.5 = p_2$. זהו חסם הדוק כי ייתכן שהקבוצות מוכלות זו בזו.
 לפי ההכלה וההדחה:
 $P(B \cap C) = P(B) + P(C) - P(B \cup C) = 0.5 + 0.7 - P(B \cup C) \geq 1.2 - 1 = 0.2 = p_1$

גם זה חסם הדוק שכן ייתכן ש $B \cup C = A$

- b. התפלגות פסקל עם $p'=1.2-p$: $\mu = \frac{r}{p'} = \frac{10}{1.2-p}$, $\sigma^2 = \frac{rq'}{p'^2} = \frac{10(p-0.2)}{(1.2-p)^2}$
 c. $P=1.2-0.2=1$. מקבלים $\mu = 10, \sigma^2 = 0$. מובן שהחסם מינימאלי. כמו-כן מנגזרות ניתן לראות שהתוחלת והשונות עולים עם p (ויורדים עם p').
 d. $P(B \cap C) = 0.7 \times 0.5 = 0.35$. לפי ההכלה וההדחה מסעיף א:
 $P(B \cup C) = 1.2 - 0.35 = 0.85$

4. פואסון: $p(k) = e^{-\lambda} \frac{\lambda^k}{k!}$

- a. $P(k \leq 2) = P(k=0) + P(k=1) + P(k=2) = e^{-7} \left(\frac{7^0}{0!} + \frac{7^1}{1!} + \frac{7^2}{2!} \right) = 0.03$
 b. $P(k=5 | k > 2) = \frac{P(k=5)}{P(k > 2)} = \frac{P(k=5)}{1 - P(k \leq 2)} = 0.135$
 c. בפואסון: $\mu = 70, \sigma^2 = 70, \sigma = \sqrt{70}$.

$$P(k \geq 200) \leq \frac{\mu}{200} = \frac{70}{200} = 0.35 \quad \text{d. מרקוב:}$$

$$P(k \leq 20) \leq P(k - \mu \geq 50) \leq P(|k - \mu| \geq 50) \leq \frac{\sigma^2}{50^2} = 0.028 \quad \text{e. צ'בישב:}$$