

תשובות למבחן לדוגמא:

1-2 ראו:

<http://ory.ph.biu.ac.il/~cohenr/answers.pdf>

.3

(a) צפיפות ההסתברות בהתפלגות אחידה היא:

$$f(v) = 1/(100 - 20) = 1/80 \quad . \quad \text{לכן, } f(t_1) = f(v) \left| \frac{dv}{dt_1} \right| = \frac{1000}{80t_1^2} \quad \text{עבור}$$

ההסתברות המצטברת: $t_1 \in [1000/100, 1000/20] = [10, 50]$

$$F(t_1) = \int_{-\infty}^{t_1} f(t_1) dt_1 = \begin{cases} 0 & t_1 < 10 \\ 1000/800 - 1000/80t_1 & 10 \leq t_1 \leq 50 \\ 1 & t_1 > 50 \end{cases}$$

(b) צפיפות ההסתברות בהתפלגות אחידה היא: $f(1) = 1/(5 - 1) = 1/4$

$$\text{לכן, } f(t_2) = f(a) \left| \frac{da}{dt_2} \right| = \frac{1000}{t_2^3} \quad \text{עבור } t_2 \in [\sqrt{2000/5}, \sqrt{2000/1}] \quad \text{התוחלת:}$$

$$E(t_2) = \int t_2 f(t_2) dt_2 = 1000/20 - 1000/\sqrt{2000} = 27.64$$

(c)

$$P(t_2 < t_1) = 1 - P(t_2 \geq t_1) = \int_{\sqrt{2000/5}}^{\sqrt{2000/1}} f(t_2) P(t_1 \leq t_2) dt_2 = \int_{\sqrt{2000/5}}^{\sqrt{2000/1}} 1000/t_2^3 (1000/800 - 1000/t_2) dt_2$$

.4

(a) אומדן לגובה הוא הממוצע: 175 ס"מ. אומדן לסטיית התקן הוא $10\sqrt{N/(N-1)} = 10.05$

(b) הרווח בר הסמך הוא בין -1.96 ל-1.96 סטיות תקן של הדגימה. סטיית התקן של הדגימה היא $10.05/\sqrt{N} = 1.005$. לכן התחום הוא $[175 - 1.96 \cdot 1.005, 175 + 1.96 \cdot 1.005] \approx [173, 177]$

(c) סטיית התקן של מדגם בן 100 סטודנטים היא $10/\sqrt{N} = 1$. לפי התפלגות נורמלית ההסתברות להיות במרחק של מעל 2 סטיות תקן מהממוצע הוא 0.0228, כלומר כ-2%.

(d) כמו ב-a אומדן סטיית התקן לאוכלוסיה 10.05, ולמדגם 1.005. גם כאן מדובר בהפרש של 2 סטיות תקן מהממוצע. לכן, ההסתברות היא כ-0.022 וניתן לדחות את השערת האפס בהסתברות של 0.05 אך לא 0.01.