

סמינר הלוח העברי

לוח ס"א ראשים ככלי לבחינת הפרשי שנים

בין מופעים חוזרים של סימני השנה

המחלקה למתמטיקה, ז' במרחשון תשע"ט
16.10.18

ד"ר ערן רביב

Eran.Raviv@biu.ac.il

צפייה בכל ההרצאות בסמינר הלוח העברי והורדת המצגות
באתר המחלקה למתמטיקה בקישור הבא:

<http://math.biu.ac.il/node/1908>

תוכן

- הקדמה-

- הלוח ואופן השימוש בו.
- לוח ס"א כלוח המשקף את מחזוריות המולדות בלוח העברי.

- **הדילוגים בין שני מופעים של רצף נתון:**

- דוגמת אריה רוקח כמקרה בוחן.
- הכנת לוח ס"א עם סימון הרצפים.
- אפיון הדילוג.
- דיאגרמת מעברים בין קבוצות.
- תכונות תרשים המעברים ומסקנות.

ה- DNA של הלוח העברי

הראשים מלוח ס"א													
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	
10	32	56	20	43	6	28	50	14	39	1	23	47	
10	32	55	20	42	6	28	50	14	39	1	23	45	
10	32	55	17	42	6	28	50	14	37	1	23	45	
9	32	55	17	42	6	28	48	13	37	61	23	45	
9	32	55	17	40	6	28	48	13	37	61	23	45	
9	31	55	17	40	6	28	48	11	37	61	23	44	
8	31	55	17	40	5	28	48	11	35	61	23	44	
8	31	54	16	39	5	27	48	11	35	61	23	44	
6	31	54	16	39	5	27	48	11	35	59	23	44	
6	31	54	16	39	3	27	48	11	33	59	23	44	
6	30	54	16	39	2	26	48	11	33	59	22	44	
6	30	52	16	39	2	26	48	11	32	57	22	44	
6	29	52	16	39	2	25	48	11	32	57	21	44	
6	28	52	15	39	1	25	47	11	32	56	20	44	
6	28	50	15	39	1	25	47	11	32	56	20	43	
6	28	50	15	39	1	23	47	10	32	55	20	43	
6	28	50	14	39	1	23	45	10	32	55	20	42	
6	28	50	14	37	1	23	45	10	32	55	17	42	
6	28	50	14	37	1	23	45	9	32	55	17	42	
6	28	48	13	37	61	23	45	9	32	55	17	40	
6	28	48	11	37	61	23	45	9	31	55	17	40	
5	28	48	11	37	61	23	44	8	31	54	17	40	
5	28	48	11	35	61	23	44	8	31	54	16	39	
5	27	48	11	35	61	23	44	6	31	54	16	39	
3	27	48	11	35	59	23	44	6	30	54	16	39	

•
•
•

חיבור הלוח: כתב יד – ספר עברונות (משנת 1566)

[http://digital.staatsbibliothek-](http://digital.staatsbibliothek-berlin.de/werkansicht/?PPN=PPN635432978&PHYSID=PHYS_0094&USE=800)

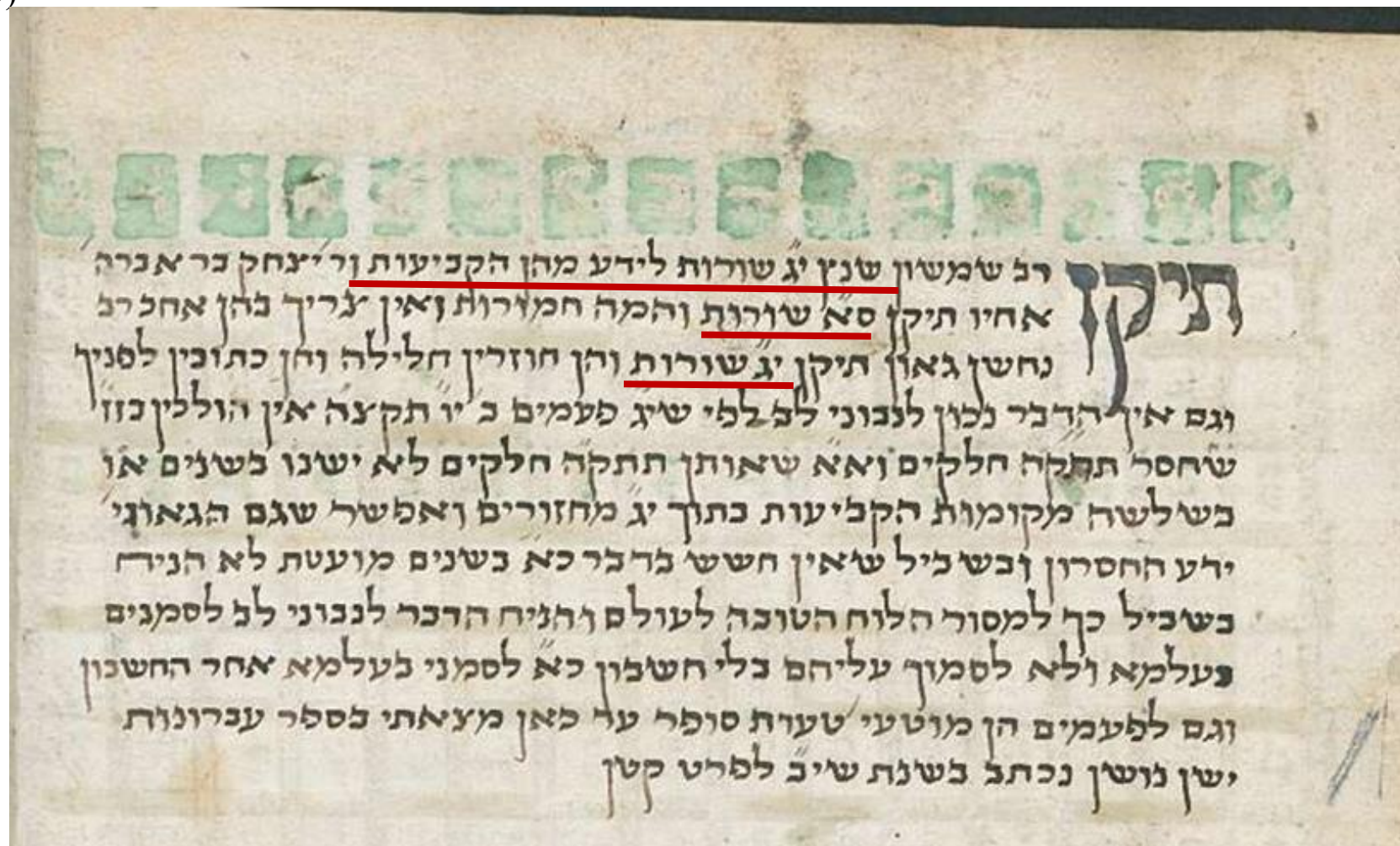
[berlin.de/werkansicht/?PPN=PPN635432978&PHYSID=PHYS_0094&USE=800](http://digital.staatsbibliothek-berlin.de/werkansicht/?PPN=PPN635432978&PHYSID=PHYS_0094&USE=800)

(עמוד 94)

לוח ארבעה
שערים

ס"א שורות =
ס"א ראשים

י"ג שורות = עיגול
דרב נחשון



אופן השימוש בלוח ס"א ראשים

- לוח טבלאי המכיל 61 שורות ו- 19 עמודות.
- מחשבים את מולד תשרי של ראש המחזור.
- מעיינים בטבלה ומוצאים את סימני השנה של כל 19 שנות המחזור.

חישוב מולד תשרי של ראש המחזור

$$R = \left[57444 + 69715 * int \left[\frac{S - 1}{19} \right] \right] (\text{mod } 181440)$$

- האות S מייצגת את מספר השנה לבהר"ד.
- האות R מייצגת את מולד תשרי של ראש המחזור בחלקים.
- int - החלק השלם מתוצאת החלוקה.
- mod – השארית מתוצאת החלוקה.
- 57444 – מולד בהר"ד בחלקים.
- 69715 – יתרון מחזור בחלקים.
- 181440 – שבוע בחלקים.

דוגמא – תשע"ו

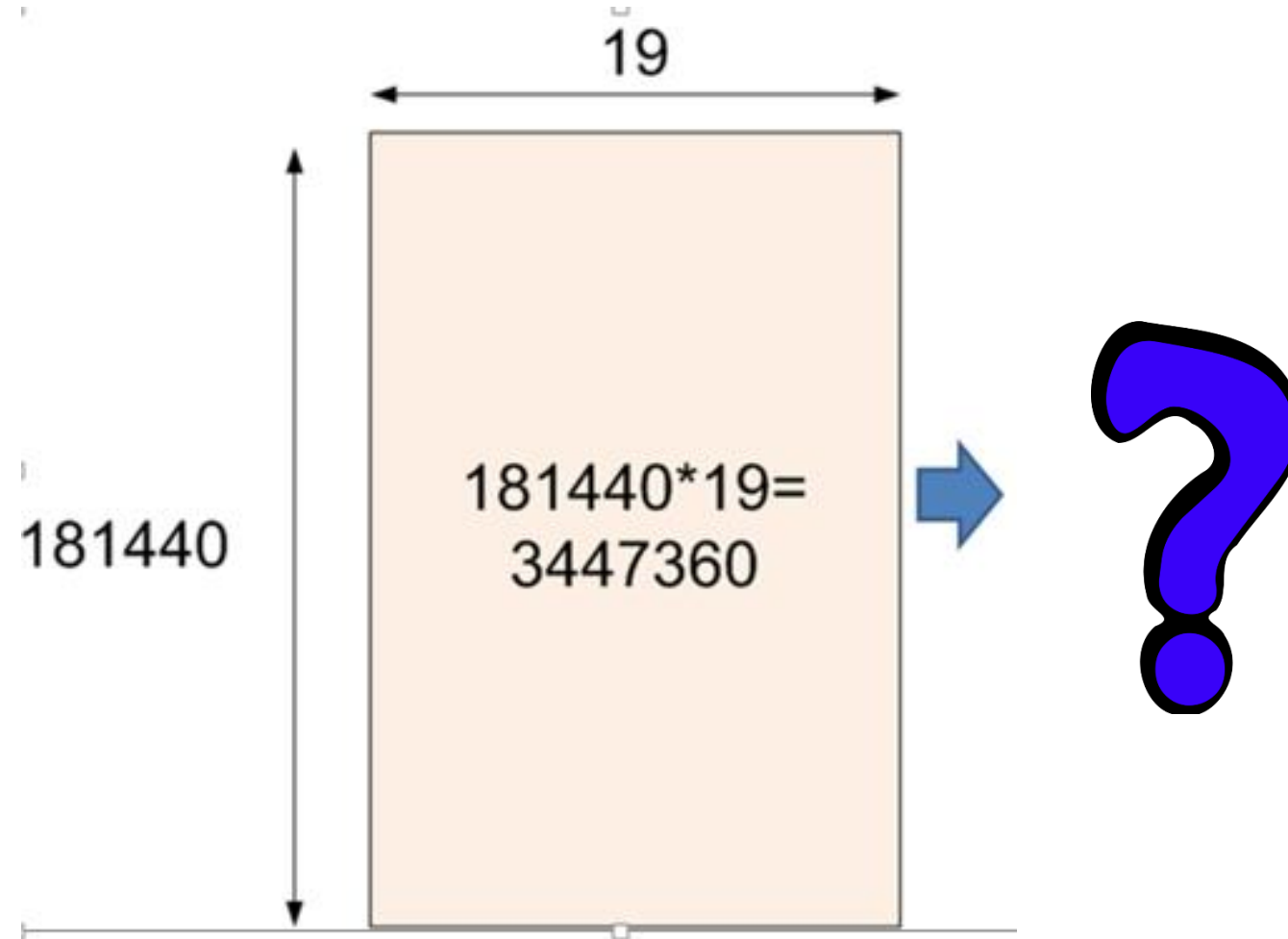
$$M = [57444 + 69715 * INT((S-1)/19)] \bmod 181440$$

$$M = [57444 + 69715 * 303] \bmod 181440 = 134049p = 5d, 4h, 129p$$

לוח ס"א ראשים – גבולות תאורטיים																								
מס'	גבולות חאפיונים					שנה במחזור																		
	יום	שעה	חלק	בחלקים	תחום שורה	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19
31	4	14	175	118975	4168	הכז	בשה	זחג	הכז	בשה	זשה	זחא	גכז	בשה	זשג	החא	גכה	זשג	השג	הכז	בחג	השג	הכז	בחה
32	4	18	23	123143	8022	הכז	בשה	זחג	השא	גכה	זשה	זחא	גכז	בשה	זשג	החא	גכה	זשג	השג	הכז	בחג	השג	הכז	בחה
33	5	1	485	131165	1494	הכז	בשה	זחג	השא	גכה	זשה	זחא	גכז	בשה	זשג	החא	גכה	זשג	השג	הכז	בחג	השג	הכז	בשז
34	5	2	899	132659	23	הכז	בשה	זשה	זחא	גכה	זשה	זחא	גכז	בשה	זשג	החא	גכה	זשג	השג	הכז	בחג	השג	הכז	בשז
35	5	2	922	132682	2674	הכז	בשה	זשה	זחא	גכה	זשה	זשג	החא	גכה	זשג	החא	גכה	זשג	השג	הכז	בחג	השג	הכז	בשז
36	5	5	356	135356	23	הכז	בשה	זשה	זחא	גכה	זשה	זשג	החא	גכה	זשג	השג	הכז	בחג	השג	הכז	בחג	השג	הכז	בשז

• בכל שורה מסומנות השנים שסימן שונה בשורה הקודמת!

מדוע לוח ס"א ראשים מייצג את מחזוריות הלוח?
שטח הטבלה גדול ממחזוריות הלוח?



תיקוני גבולות למולד תשרי של ראש מחזור

$$R(x) = [57444 + (m * 69715)](\text{mod } 181440)$$

בהר"ד

יתרון מחזור

שבוע

מכיוון ש-

$$\text{GCD}(181440, 69715) = 5$$

לכן תמיד מולד תשרי של ראש המחזור ייראה מהצורה:

$$R(x) = 4 + 5x$$

כאשר x מקבל את הערכים 0 עד 36287 <= מחזוריות הלוח.

**אמור מעתה שמולד תשרי של ראש מחזור לעולם יסתיים
בספרה 4 עבור X זוגי, או בספרה 9 עבור X אי זוגי !!**

אב"ע ספר העבור (ליק תרל"ד)

ספר העבור

להראב"ע ז"ל

שער ראשון ושני.

יוצא לאור פעם ראשונה

מחוק העתק כ"י למסא בידי עם הקדמה וקצת הערות

הדפוס והכנס לאינטרנט
ממני www.hebrewbooks.org
ע"י חיים תשס"ה

ש"ז' ח"ה'

על ידי חברת

מקיצי נרדמים.

Lyck, 1874.

Herausgegeben im Selbstverlage des Vereins M'kize Nirdamim.

(L. Silbermann.)

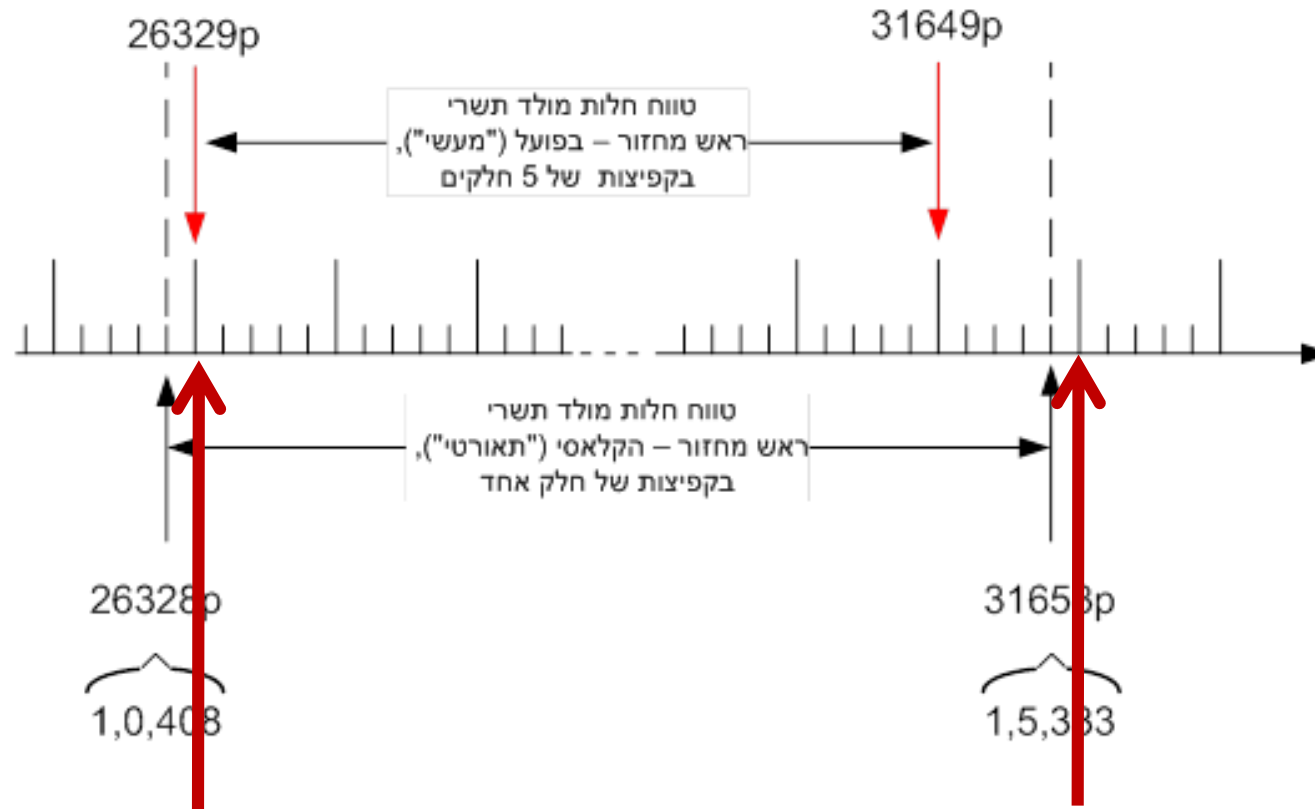
Schnellpressendruck von Rudolph Siebert.

ספר העבור

והם שעות חברים עם השמור השלישי ואם יש שם חצי שעה כתוב עם השמור השלישי בסדר החלקים ת'ק'ט' חלקים ודע כמה שעות היו בחצי כספר המחזורים כי תחשוב כאלו היו המחזורים שעות בחשבונך וקח עשירית קח ק"ח חלקים זה סימן כי ח"ק לישראל ותן לכל שעה שאין לה ק"ח וחבר החלקים עם חלקי השמור השלישי והיכף על כל החלקים חלקים כמספר המחזורים והיכף על הכל בהר"ר או חמצא מולד ראש המחזור, ולעולם יהיו בו ארבעה חלקים אם המחזורים זוגות יהיו בו תשעה והסימן מרובע תחלת הזוג והנפרד ואחר שידעה [מולד] ראש המחזור בדרך זה, או שתקח לכל מחזור ביז תקצה תקח לכל שנה פשוטה שעברה מהמחזור ר"ח תתע"ו ולכל מעוברת ה' כ"א הקפ"ש והוצא הנחבר שבעה שבעה ומה שישאר חברנו עם ראש המחזור בלומר עם מולדו וכן תוסף אי"ב תשצ"ג לדעת כל חדש שתמצא מתי יהיה מולדו.

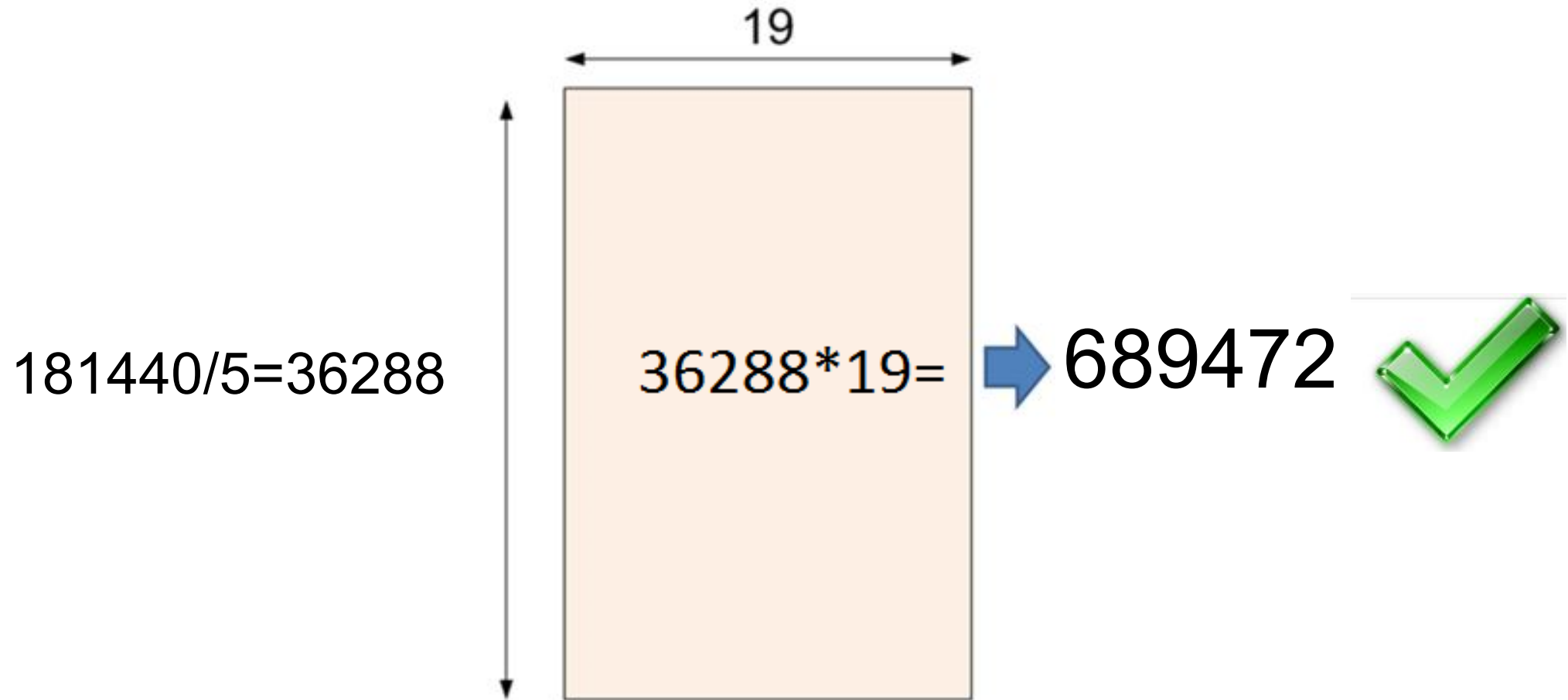
הדגמת סריג מולד תשרי של ראש מחזור מעבר מגבולות תיאורטיים למעשיים

• דוגמא – שורה ראשונה



גבול שורה ראשונה לאחר תיקון: החל מ- (כולל) 1,0,409 ... עד לא כולל 1,5,334 , בקפיצות של 5 חל'

לוח ס"א ראשים מייצג את מחזוריות הלוח!



תיקון סך ההיקריות של השורות בלוח ס"א

- עתה עלינו לתקן את גבולות הראשים (ספרת היחידות) וכן לתקן את ההיקריות.
- דוגמא – המחזוריים הנדירים בלוח מופיעים רק 4 פעמים מתוך 36288 מחזורי הלוח.

לוח ס"א ראשים – גבולות אמיתיים																								
מס'	יום	שעה	חלק	חלקים	היקירות	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19
7	1	22	1054	50734	4	בשה	זחא	גכז	בשה	זשג	החא	גכה	זשה	זשג	הכז	בחה	זשג	הכז	בשז	בחג	הכז	בשז	בחג	השג
19	3	5	359	83519	4	גכה	זשג	השג	הכז	בחג	השג	הכז	בשז	בחג	הכז	בשז	בשה	זחא	גכז	בשה	זחא	גכז	בשה	זשה
36	5	5	359	135359	4	הכז	בשה	זשה	זחא	גכה	זשה	זשג	החא	גכה	זשג	השג	הכז	בחג	השג	הכז	בחג	השג	הכז	בשז
49	6	22	1054	180334	4	זשג	הכז	בחה	זשג	הכז	בשז	בחג	השג	הכז	בשה	זחג	הכז	בשה	זשה	זחא	גכה	זשה	זחא	גכז
53	0	5	359	5759	4	זשג	הכז	בשז	בחג	הכז	בשז	בשה	זחג	הכז	בשה	זחג	השא	גכה	זשה	זחא	גכה	זשה	זשג	החא
58	0	18	4	19444	4	בחג	הכז	בשז	בחג	השא	גכז	בשה	זחג	הכז	בשה	זשה	זחא	גכה	זשה	זשג	הכז	בחה	זשג	השג

לוח ס"א ראשים – גבולות תאורטיים																								
מס'	יום	שעה	חלק	חלקים	תחום שורה	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19
4	1	9	204	35844	23 → 5	בשה	זחא	גכז	בשה	זחא	גכז	בשה	זשה	זחא	גכה	זשה	זשג	הכז	בחה	זשג	הכז	בשז	בחג	השג
7	1	22	1051	50731	23 → 4	בשה	זחא	גכז	בשה	זשג	החא	גכה	זשה	זשג	הכז	בחה	זשג	הכז	בשז	בחג	הכז	בשז	בחג	השג
12	2	14	152	67112	23	בשה	זשג	החא	גכה	זשג	השג	הכז	בחה	זשג	הכז	בשז	בחג	הכז	בשז	בחג	השא	גכז	בשה	זחג
18	3	5	333	83493	23	גכה	זשג	השג	הכז	בחג	השג	הכז	בשז	בחג	הכז	בשז	בחג	השא	גכז	בשה	זחא	גכז	בשה	זשה
19	3	5	356	83516	23	גכה	זשג	השג	הכז	בחג	השג	הכז	בשז	בחג	הכז	בשז	בשה	זחא	גכז	בשה	זחא	גכז	בשה	זשה
21	3	9	204	87684	23	הכז	בחג	השג	הכז	בחג	השג	הכז	בשז	בחג	הכז	בשז	בשה	זחא	גכז	בשה	זשג	החא	גכה	זשה
24	3	20	537	99897	23	הכז	בחג	השג	הכז	בשה	זחג	הכז	בשז	בשה	זחא	גכז	בשה	זחא	גכז	בשה	זשג	החא	גכה	זשה

הדילוגים בין שני מופעים של רצף נתון

הצגת הבעיה

- אנו מעוניינים למצוא את דילוגי השנים בין מופע למופע של רצף סימני שנים נתון.
- כמו כן נרצה להבין את התכונות של דילוגי השנים ומה הקשר החשבוני ביניהם אם קיים.
- הבעיה – כיצד למצוא את דילוגי השנים ?

הצגת הבעיה – דוגמת אריה רוקח כמקרה בוחן

• השנים תשע"ט תש"פ סימנם בשז בשה בהתאמה, בעיון בלוח סימני השנים רואים שצירוף זה יופיע בעוד 71 שנים ואח"כ בדילוג של 98 שנים ואח"כ 78, לפני שנה זו הדילוגים הם 27,51,27

• ניתן לשים לב שמתקיימים הקשרים:

$$98 = 27 + 71$$

$$78 = 27 + 51$$

• האם אלו כל הדילוגים האפשריים?

• מה פשר תופעת "סכום" הדילוגים?

הצעת פתרון

• נצא מלוח ס"א ראשים (כמייצג את מחזוריות סימני השנה בלוח העברי), ונפעל כדלהלן:

- הכנת לוח ס"א "צבוע" - נצבע את האזורים המכילים את הרצף המבוקש.
- נפתח שורות במידת הצורך.
- נרשום את טווחי המולדות (טווחי ההיקריות) בראש מחזור המתאימים לכל קבוצה.
- נאפיין את משוואת הדילוג.
- נכין טבלה המכילה את כל הטווחים (עבור כל הקבוצות) כאשר בכל שורה נוסיף יתרון מחזור פעם אחר פעם.
- נצמצם את הטווחים כאשר חוזרים לאותה קבוצה.
- נבנה דיאגרמת קבוצות עם חיצוי קישור המביעים את הדילוג.
- ננתח את התכונות של דיאגרמת החיצים.

שלב א' – הכנת לוח ס"א עם סימון הרצפים

- סימן בשז (תשע"ט) מאפיין שנה מעוברת שלמה, לכן כל הרצפים בשז, בשה יהיו בשנה מעוברת ובשנה העוקבת לה (0, 1: 3, 4: , 6, 7: 8, 9: 11, 12: 14, 15: 17, 18).

לוח ס"א ראשים - גבולות אמיתיים																								
מס'	גבולות האפיונים				היקירות	שנה במחזור																		
	יום	שעה	חלק	בחלקים		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19
1	1	0	409	26329	1065	בחג	השא	גכז	בשה	זחא	גכז	בשה	זחג	השא	גכה	זשה	זשג	הכז	בחה	זשג	הכז	בחה	זשג	השג
2	1	5	334	31654	540	בחג	השא	גכז	בשה	זחא	גכז	בשה	זשה	זחא	גכה	זשה	זשג	הכז	בחה	זשג	הכז	בחה	זשג	השג
3	1	7	874	34354	298	בחג	השא	גכז	בשה	זחא	גכז	בשה	זשה	זחא	גכה	זשה	זשג	הכז	בחה	זשג	הכז	בשז	בחג	השג
4	1	9	204	35844	5	בשה	זחא	גכז	בשה	זחא	גכז	בשה	זשה	זחא	גכה	זשה	זשג	הכז	בחה	זשג	הכז	בשז	בחג	השג
5	1	9	229	35869	535	בשה	זחא	גכז	בשה	זשג	החא	גכה	זשה	זחא	גכה	זשה	זשג	הכז	בחה	זשג	הכז	בשז	בחג	השג
6	1	11	744	38544	833	בשה	זחא	גכז	בשה	זשג	החא	גכה	זשה	זשג	הכז	בחה	זשג	הכז	בחה	זשג	הכז	בשז	בחג	השג
	1	15	589	42709	1605	בשה	זחא	גכז	בשה	זשג	החא	גכה	זשה	זשג	הכז	בחה	זשג	הכז	בחה	זשג	הכז	בשז	בחג	השג
7	1	22	1054	50734	4	בשה	זחא	גכז	בשה	זשג	החא	גכה	זשה	זשג	הכז	בחה	זשג	הכז	בשז	בחג	הכז	בשז	בחג	השג
8	1	22	1074	50754	299	בשה	זחא	גכז	בשה	זשג	החא	גכה	זשה	זשג	הכז	בחה	זשג	הכז	בשז	בחג	הכז	בשז	בחג	השג
9	2	0	409	52249	535	בשה	זשג	החא	גכה	זשג	החא	גכה	זשה	זשג	הכז	בחה	זשג	הכז	בשז	בחג	הכז	בשז	בחג	השג
10	2	2	924	54924	539	בשה	זשג	החא	גכה	זשג	השג	הכז	בחה	זשג	הכז	בחה	זשג	הכז	בשז	בחג	הכז	בשז	בחג	השג
11	2	5	379	57619	1899	בשה	זשג	החא	גכה	זשג	השג	הכז	בחה	זשג	הכז	בחה	זשג	הכז	בשז	בחג	השא	גכז	בשה	השג
12	2	14	154	67114	5	בשה	זשג	החא	גכה	זשג	השג	הכז	בחה	זשג	הכז	בשז	בחג	הכז	בשז	בחג	השא	גכז	בשה	השג
13	2	14	179	67139	298	בשה	זשג	החא	גכה	זשג	השג	הכז	בחה	זשג	הכז	בשז	בחג	הכז	בשז	בחג	השא	גכז	בשה	השג
14	2	15	589	68629	535	גכה	זשג	החא	גכה	זשג	השג	הכז	בחה	זשג	הכז	בשז	בחג	הכז	בשז	בחג	השא	גכז	בשה	השג
15	2	18	24	71304	540	גכה	זשג	השג	הכז	בחג	השג	הכז	בחה	זשג	הכז	בשז	בחג	הכז	בשז	בחג	השא	גכז	בשה	השג
16	2	20	564	74004	1065	גכה	זשג	השג	הכז	בחג	השג	הכז	בחה	זשג	הכז	בשז	בחג	השא	גכז	בשה	זחא	גכז	בשה	השג
17	3	1	489	79329	833	גכה	זשג	השג	הכז	בחג	השג	הכז	בחה	זשג	הכז	בשז	בחג	השא	גכז	בשה	זחא	גכז	בשה	זשה
18	3	5	334	83494	5	גכה	זשג	השג	הכז	בחג	השג	הכז	בשז	בחג	הכז	בשז	בחג	השא	גכז	בשה	זחא	גכז	בשה	זשה
19	3	5	359	83519	4	גכה	זשג	השג	הכז	בחג	השג	הכז	בשז	בחג	הכז	בשז	בחג	זחא	גכז	בשה	זחא	גכז	בשה	זשה
20	3	5	379	83539	829	גכה	זשג	השג	הכז	בחג	השג	הכז	בשז	בחג	הכז	בשז	בחג	זחא	גכז	בשה	זשג	החא	גכה	זשה
21	3	9	204	87684	5	הכז	בחג	השג	הכז	בחג	השג	הכז	בשז	בחג	הכז	בשז	בחג	זחא	גכז	בשה	זשג	החא	גכה	זשה
22	3	9	229	87709	535	הכז	בחג	השג	הכז	בחג	זשג	הכז	בשז	בחג	הכז	בשז	בחג	זחא	גכז	בשה	זשג	החא	גכה	זשה
23	3	11	744	90384	1903	הכז	בחג	השג	הכז	בחג	זשג	הכז	בשז	בחג	השא	גכז	בשה	זחא	גכז	בשה	זשג	החא	גכה	זשה
24	3	20	539	99899	5	הכז	בחג	השג	הכז	בחג	זשג	הכז	בשז	בחג	זחא	גכז	בשה	זחא	גכז	בשה	זשג	החא	גכה	זשה
25	3	20	564	99924	534	הכז	בחג	השג	הכז	בחג	זשג	הכז	בשז	בחג	זחא	גכז	בשה	זשג	החא	גכה	זשג	החא	גכה	זשה
26	3	22	1074	102594	299	הכז	בחג	השג	הכז	בחג	זשג	הכז	בשז	בחג	זחא	גכז	בשה	זשג	החא	גכה	זשג	השג	הכז	בחה
27	4	0	409	104089	535	הכז	בחג	זשג	הכז	בחג	זשג	הכז	בשז	בחג	זחא	גכז	בשה	זשג	החא	גכה	זשג	השג	הכז	בחה
28	4	2	924	106764	1903	הכז	בחג	זשג	הכז	בחג	זשג	הכז	בשז	בחג	זחא	גכז	בשה	זשג	החא	גכה	זשג	השג	הכז	בחה

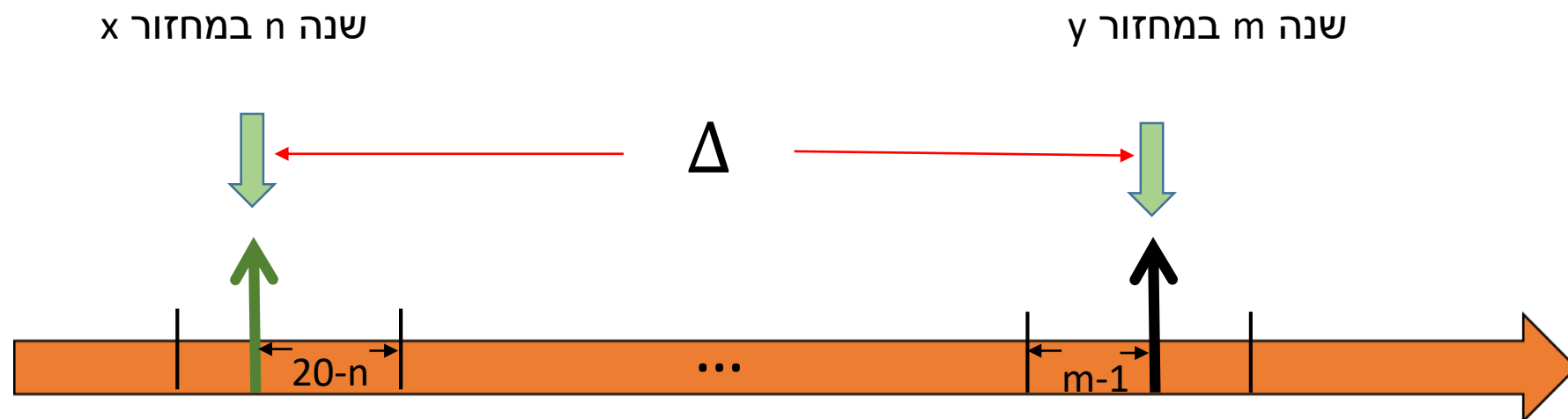
פתיחת שורה לאחר שורה
 39 בעקבות שינוי סימן
 השנה לבשה בשנה
 הראשונה במחזור.
 $(35844-69715)\bmod 181440$
 $=147569$

29	4	11	719	116279	5	הכז	בשה	זחג	הכז	בשה	זשה	זחא	גכז	בשה	זחא	גכז	בשה	זשג	החא	גכה	זשג	השג	הכז	בחה
30	4	11	744	116304	535	הכז	בשה	זחג	הכז	בשה	זשה	זחא	גכז	בשה	זשג	החא	גכה	זשג	החא	גכה	זשג	השג	הכז	בחה
31	4	14	179	118979	833	הכז	בשה	זחג	הכז	בשה	זשה	זחא	גכז	בשה	זשג	החא	גכה	זשג	החא	גכה	זשג	השג	הכז	בחה
32	4	18	24	123144	1605	הכז	בשה	זחג	השא	גכה	זשה	זחא	גכז	בשה	זשג	החא	גכה	זשג	החא	גכה	זשג	השג	הכז	בחה
33	5	1	489	131169	298	הכז	בשה	זחג	השא	גכה	זשה	זחא	גכז	בשה	זשג	החא	גכה	זשג	החא	גכה	זשג	השג	הכז	בשה
34	5	2	899	132659	5	הכז	בשה	זשה	זחא	גכה	זשה	זחא	גכז	בשה	זשג	החא	גכה	זשג	החא	גכה	זשג	השג	הכז	בשה
35	5	2	924	132684	535	הכז	בשה	זשה	זחא	גכה	זשה	זשג	החא	גכה	זשג	החא	גכה	זשג	החא	גכה	זשג	השג	הכז	בשה
36	5	5	359	135359	4	הכז	בשה	זשה	זחא	גכה	זשה	זשג	החא	גכה	זשג	החא	גכה	זשג	החא	גכה	זשג	השג	הכז	בשה
37	5	5	379	135379	829	הכז	בשה	זשה	זחא	גכה	זשה	זשג	החא	גכה	זשג	החא	גכה	זשג	החא	גכה	זשג	השג	הכז	בשה
38	5	9	204	139524	5	השא	גכה	זשה	זחא	גכה	זשה	זשג	החא	גכה	זשג	החא	גכה	זשג	החא	גכה	זשג	השג	הכז	בשה
39	5	9	229	139549	1604	השא	גכה	זשה	זשג	הכז	בחה	זשג	החא	גכה	זשג	החא	גכה	זשג	החא	גכה	זשג	השג	הכז	בשה
	5	16	689	147569	295	השא	גכה	זשה	זשג	הכז	בחה	זשג	החא	גכה	זשג	החא	גכה	זשג	החא	גכה	זשג	השג	הכז	בשה
40	5	18	4	149044	539	זחא	גכה	זשה	זשג	הכז	בחה	זשג	החא	גכה	זשג	החא	גכה	זשג	החא	גכה	זשג	השג	הכז	בשה
41	5	20	539	151739	5	זחא	גכה	זשה	זשג	הכז	בחה	זשג	השג	הכז	בחה	זשג	החא	גכה	זשג	החא	גכה	זשג	השג	הכז
42	5	20	564	151764	534	זחא	גכה	זשה	זשג	הכז	בחה	זשג	השג	הכז	בחה	זשג	החא	גכה	זשג	החא	גכה	זשג	השג	הכז
43	5	22	1074	154434	299	זחא	גכה	זשה	זשג	הכז	בחה	זשג	השג	הכז	בחה	זשג	החא	גכה	זשג	החא	גכה	זשג	השג	הכז
44	6	0	409	155929	1605	זשג	הכז	בחה	זשג	הכז	בחה	זשג	השג	הכז	בחה	זשג	החא	גכה	זשג	החא	גכה	זשג	השג	הכז
45	6	7	874	163954	833	זשג	הכז	בחה	זשג	הכז	בחה	זשג	השג	הכז	בחה	זשג	החא	גכה	זשג	החא	גכה	זשג	השג	הכז
46	6	11	719	168119	5	זשג	הכז	בחה	זשג	הכז	בשה	זשג	השג	הכז	בחה	זשג	החא	גכה	זשג	החא	גכה	זשג	השג	הכז
47	6	11	744	168144	535	זשג	הכז	בחה	זשג	הכז	בשה	זשג	השג	הכז	בחה	זשג	החא	גכה	זשג	החא	גכה	זשג	השג	הכז
48	6	14	179	170819	1903	זשג	הכז	בחה	זשג	הכז	בשה	זשג	השג	הכז	בחה	זשג	החא	גכה	זשג	החא	גכה	זשג	השג	הכז
49	6	22	1054	180334	4	זשג	הכז	בחה	זשג	הכז	בשה	זשג	השג	הכז	בחה	זשג	החא	גכה	זשג	החא	גכה	זשג	השג	הכז
50	6	22	1074	180354	829	זשג	הכז	בחה	זשג	הכז	בשה	זשג	השג	הכז	בחה	זשג	החא	גכה	זשג	החא	גכה	זשג	השג	הכז
51	0	2	899	3059	5	זשג	הכז	בשה	זשג	הכז	בשה	זשג	השג	הכז	בשה	זשג	החא	גכה	זשג	החא	גכה	זשג	השג	הכז
52	0	2	924	3084	535	זשג	הכז	בשה	זשג	הכז	בשה	זשג	השג	הכז	בשה	זשג	החא	גכה	זשג	החא	גכה	זשג	השג	הכז
53	0	5	359	5759	4	זשג	הכז	בשה	זשג	הכז	בשה	זשג	השג	הכז	בשה	זשג	החא	גכה	זשג	החא	גכה	זשג	השג	הכז
54	0	5	379	5779	834	זשג	הכז	בשה	זשג	הכז	בשה	זשג	השג	הכז	בשה	זשג	החא	גכה	זשג	החא	גכה	זשג	השג	הכז
55	0	9	229	9949	1065	זשג	הכז	בשה	זשג	הכז	בשה	זשג	השג	הכז	בשה	זשג	החא	גכה	זשג	החא	גכה	זשג	השג	הכז
56	0	14	154	15274	539	זשג	הכז	בשה	זשג	הכז	בשה	זשג	השג	הכז	בשה	זשג	החא	גכה	זשג	החא	גכה	זשג	השג	הכז
57	0	16	689	17969	295	זשג	הכז	בשה	זשג	הכז	בשה	זשג	השג	הכז	בשה	זשג	החא	גכה	זשג	החא	גכה	זשג	השג	הכז
58	0	18	4	19444	4	בחה	הכז	בשה	זשג	הכז	בשה	זשג	השג	הכז	בשה	זשג	החא	גכה	זשג	החא	גכה	זשג	השג	הכז
59	0	18	24	19464	535	בחה	הכז	בשה	זשג	הכז	בשה	זשג	השג	הכז	בשה	זשג	החא	גכה	זשג	החא	גכה	זשג	השג	הכז
60	0	20	539	22139	5	בחה	הכז	בשה	זשג	הכז	בשה	זשג	השג	הכז	בשה	זשג	החא	גכה	זשג	החא	גכה	זשג	השג	הכז
61	0	20	564	22164	833	בחה	הכז	בשה	זשג	הכז	בשה	זשג	השג	הכז	בשה	זשג	החא	גכה	זשג	החא	גכה	זשג	השג	הכז
				26329	36288																			

פתיחת שורה לאחר שורה
5 בעקבות "סוף" בשז
בשנה ה- 19 במחזור.
 $(154434+69715)\bmod 181440$
=42709

לוח ס"א ראשים - גבולות אמיתיים																								
מ'ס	גבולות האפיונים				היקירות	שנה במחזור																		
	יום	שעה	חלק	בחלקים		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19
1	1	0	409	26329	1065	בחג	השא	גכז	בשה	זחא	גכז	בשה	זחג	השא	גכה	זשה	זשג	הכז	בחה	זשג	הכז	בחה	זשג	השג
2	1	5	334	31654	540	בחג	השא	גכז	בשה	זחא	גכז	בשה	זשה	זחא	גכה	זשה	זשג	הכז	בחה	זשג	הכז	בחה	זשג	השג
3	1	7	874	34354	298	בחג	השא	גכז	בשה	זחא	גכז	בשה	זשה	זחא	גכה	זשה	זשג	הכז	בחה	זשג	הכז	בשז	בחג	השג
4	1	9	204	35844	5	בשה	זחא	גכז	בשה	זחא	גכז	בשה	זשה	זחא	גכה	זשה	זשג	הכז	בחה	זשג	הכז	בשז	בחג	השג
5	1	9	229	35869	535	בשה	זחא	גכז	בשה	זשג	זחא	גכה	זשה	זחא	גכה	זשה	זשג	הכז	בחה	זשג	הכז	בשז	בחג	השג
6	1	11	744	38544	833	בשה	זחא	גכז	בשה	זשג	זחא	גכה	זשה	זשג	הכז	בחה	זשג	הכז	בחה	זשג	הכז	בשז	בחג	השג
	1	15	589	42709	1605	בשה	זחא	גכז	בשה	זשג	זחא	גכה	זשה	זשג	הכז	בחה	זשג	הכז	בחה	זשג	הכז	בשז	בחג	השג
7	1	22	1054	50734	4	בשה	זחא	גכז	בשה	זשג	זחא	גכה	זשה	זשג	הכז	בחה	זשג	הכז	בשז	בחג	הכז	בשז	בחג	השג
8	1	22	1074	50754	299	בשה	זחא	גכז	בשה	זשג	זחא	גכה	זשה	זשג	הכז	בחה	זשג	הכז	בשז	בחג	הכז	בשז	בחג	השג
9	2	0	409	52249	535	בשה	זשג	זחא	גכה	זשג	זחא	גכה	זשה	זשג	הכז	בחה	זשג	הכז	בשז	בחג	הכז	בשז	בחג	השג
10	2	2	924	54924	539	בשה	זשג	זחא	גכה	זשג	זחא	גכה	זשה	זשג	הכז	בחה	זשג	הכז	בשז	בחג	הכז	בשז	בחג	השג
11	2	5	379	57619	1899	בשה	זשג	זחא	גכה	זשג	זחא	גכה	זשה	זשג	הכז	בחה	זשג	הכז	בשז	בחג	השא	גכז	בשה	זשה
12	2	14	154	67114	5	בשה	זשג	זחא	גכה	זשג	זחא	גכה	זשה	זשג	הכז	בחה	זשג	הכז	בשז	בחג	השא	גכז	בשה	זשה
13	2	14	179	67139	298	בשה	זשג	זחא	גכה	זשג	זחא	גכה	זשה	זשג	הכז	בחה	זשג	הכז	בשז	בחג	השא	גכז	בשה	זשה
14	2	15	589	68629	535	גכה	זשג	זחא	גכה	זשג	זחא	גכה	זשה	זשג	הכז	בחה	זשג	הכז	בשז	בחג	זחא	גכז	בשה	זשה
15	2	18	24	71304	540	גכה	זשג	זשג	זחא	גכה	זשג	זחא	גכה	זשה	זשג	הכז	בחה	זשג	הכז	בשז	זחא	גכז	בשה	זשה
16	2	20	564	74004	1065	גכה	זשג	זשג	זחא	גכה	זשג	זחא	גכה	זשה	זשג	הכז	בחה	השא	גכז	זחא	גכז	בשה	זשה	זשה
17	3	1	489	79329	833	גכה	זשג	זשג	זחא	גכה	זשג	זחא	גכה	זשה	זשג	הכז	בחה	השא	גכז	זחא	גכז	בשה	זשה	זשה
18	3	5	334	83494	5	גכה	זשג	זשג	זחא	גכה	זשג	זחא	גכה	זשה	זשג	הכז	בחה	השא	גכז	זחא	גכז	בשה	זשה	זשה
19	3	5	359	83519	4	גכה	זשג	זשג	זחא	גכה	זשג	זחא	גכה	זשה	זשג	הכז	בחה	זחא	גכז	זחא	גכז	בשה	זשה	זשה
20	3	5	379	83539	829	גכה	זשג	זשג	זחא	גכה	זשג	זחא	גכה	זשה	זשג	הכז	בחה	זחא	גכז	זשג	זחא	גכז	בשה	זשה
21	3	9	204	87684	5	הכז	בחג	השג	הכז	בחג	השג	הכז	בחג	בשז	הכז	בחג	בשז	זחא	גכז	בשה	זשג	החא	גכה	זשה
22	3	9	229	87709	535	הכז	בחג	השג	הכז	בחג	השג	הכז	בחג	בשז	הכז	בחג	בשז	זחא	גכז	בשה	זשג	החא	גכה	זשה
23	3	11	744	90384	1903	הכז	בחג	השג	הכז	בחג	השג	הכז	בחג	בשז	הכז	בחג	בשז	זחא	גכז	בשה	זשג	החא	גכה	זשה
24	3	20	539	99899	5	הכז	בחג	השג	הכז	בחג	השג	הכז	בחג	בשז	הכז	בחג	בשז	זחא	גכז	בשה	זשג	החא	גכה	זשה
25	3	20	564	99924	534	הכז	בחג	השג	הכז	בחג	השג	הכז	בחג	בשז	הכז	בחג	בשז	זחא	גכז	בשה	זשג	החא	גכה	זשה
26	3	22	1074	102594	299	הכז	בחג	השג	הכז	בחג	השג	הכז	בחג	בשז	הכז	בחג	בשז	זחא	גכז	בשה	זשג	החא	גכה	זשה
27	4	0	409	104089	535	הכז	בחג	השג	הכז	בחג	השג	הכז	בחג	בשז	הכז	בחג	בשז	זחא	גכז	בשה	זשג	החא	גכה	זשה
28	4	2	924	106764	1903	הכז	בחג	השג	הכז	בחג	השג	הכז	בחג	בשז	הכז	בחג	בשז	זחא	גכז	בשה	זשג	החא	גכה	זשה

אפיון הדילוג



- $\Delta = 20 - n + 19A + m - 1 =$
- $\Delta = 19 - n + m + 19A =$
- $\Delta = -n + m + 19(A + 1)$

- $20 - n =$ סך השנים עד סוף מחזור x
- $m - 1 =$ סך השנים מתחילת מחזור y
- $A \in \mathbb{Z}^+$ (חיובי שלם)

$$\Delta = -n + m + 19(A + 1) - \text{אפיון הדילוג}$$

• דוגמאות:

		Δ				
n	m	A=0	A=1	A=2	A=3	A=4
3	6	22	41	60	79	98
6	8	21	40	59	78	97
14	3	8	27	46	65	84
3	11	27	46	65	84	103

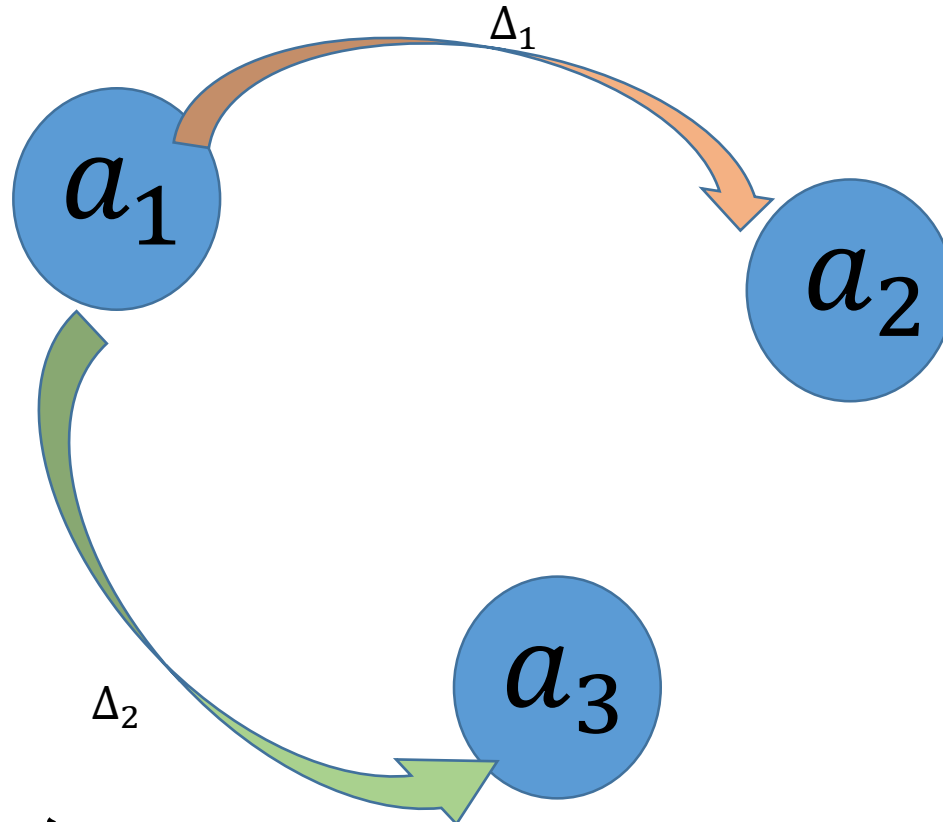
טווחי המולדות בראש מחזור המתאימים לכל קבוצה

שנה 6		שנה 3		שנה 17		שנה 14		שנה 11		שנה 8		שנה 19	
החל מ-	עד לא כולל	החל מ-	עד לא כולל	החל מ-	עד לא כולל	החל מ-	עד לא כולל	החל מ-	עד לא כולל	החל מ-	עד לא כולל	החל מ-	עד לא כולל
3084	9949	19464	26329	50754	57619	67139	74004	83519	90384	99899	106764	147569	154434

שיטת העבודה

- נצא מקבוצה כל שהיא a_1 ונראה לאחר כמה מחזורים עוברים לקבוצה אחרת. כאשר עברנו לקבוצה/ות אחרת/ות מסתיים התהליך עם הקבוצה a_1 וממשיכים עם קבוצות אחרות, וכן הלאה עד הקבוצה האחרונה a_n .

שיטת העבודה



- מיפוי טווח (=בראש מחזור) קבוצה a_1 בתוספת יתרון מחזור מודולו שבוע.
- כאשר כל הטווח ממופה לקבוצות אחרות עוברים ל- a_2 וכן הלאה.

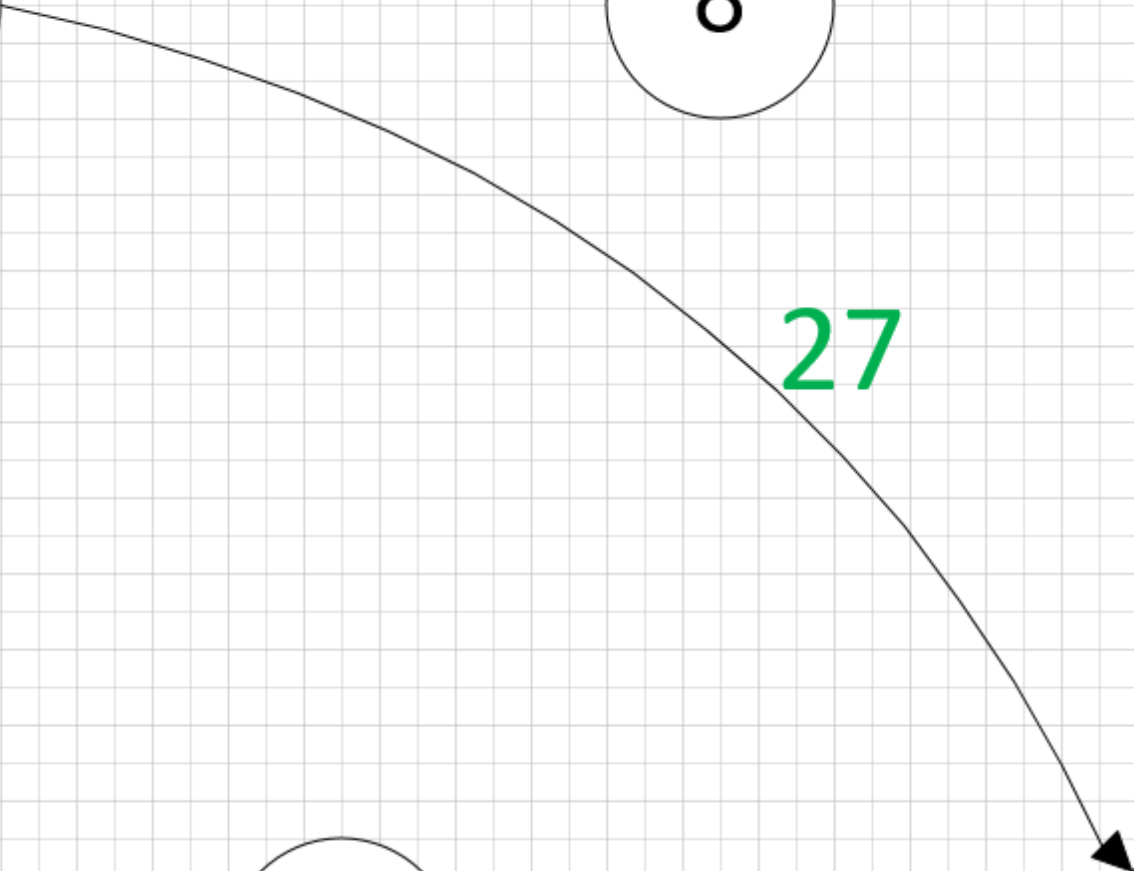
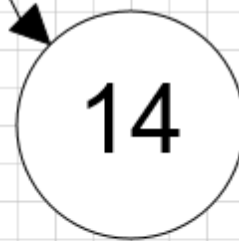
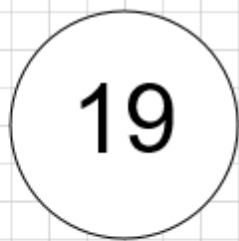
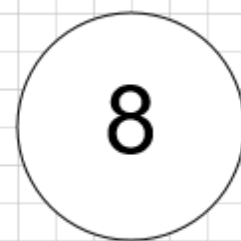
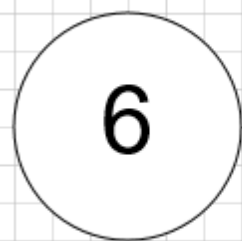
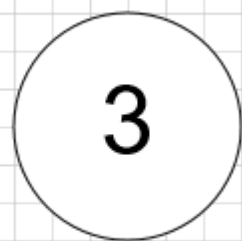
דוגמא – נתחיל משנה 6

	שנה 6	
	עד לא כולל	החל מ-
	9949	3084
בתוספת יתרון מחזור	79664	72799

- רואים שלאחר הוספת יתרון מחזור (מודולו שבוע) חלק מהטווח נופל בתחום שנה 14. לכן נחליף את 72799 ב- 74004, נציין בדיאגרמה חץ משנה 6 לשנה 14 והדילוג הוא 27 שנים $(20-6+13+0*19)$.

		שנה 6	
		עד לא כולל	החל מ-
		9949	3084
בתוספת יתרון מחזור		79664	74004
		149379	143719

שנה 14, דילוג של 27



27

דוגמא – המשך

שנה 14, דילוג של 27	
שנה 6	
עד לא כולל	החל מ-
9949	3084
79664	74004
149379	143719

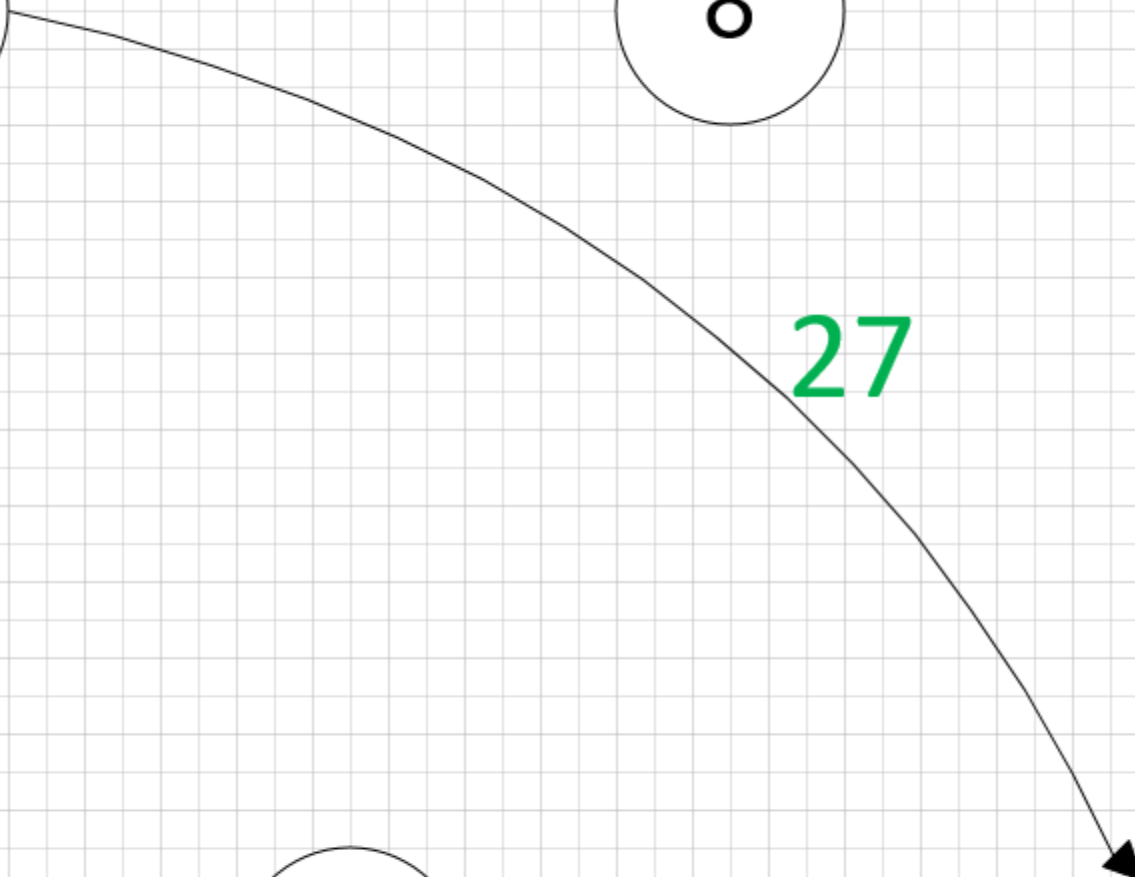
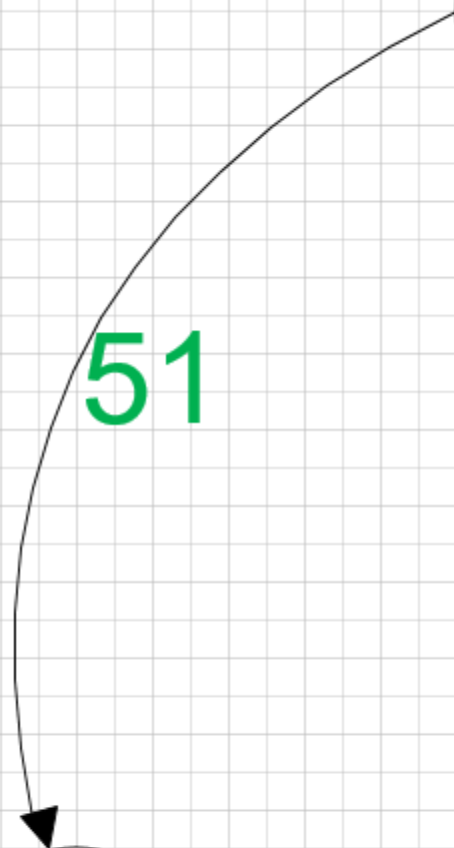
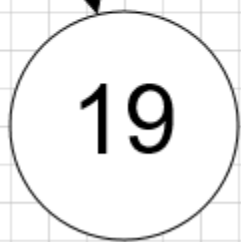
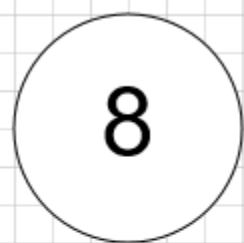
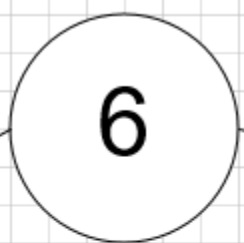
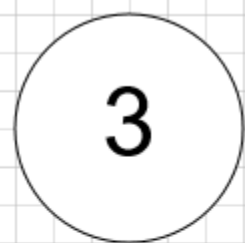
בתוספת יתרון מחזור

- רואים שלאחר הוספת יתרון מחזור נוסף (מודולו שבוע) חלק מהטווח נופל בתחום שנה 19. לכן נחליף את 149379 ב- 14769, נוסיף בדיאגרמה חץ משנה 6 לשנה 19 והדילוג הוא $51 (20-6+18+1*19)$.

שנה 14, דילוג של 27	
שנה 6	
עד לא כולל	החל מ-
9949	3084
79664	74004
147569	143719

בתוספת יתרון מחזור

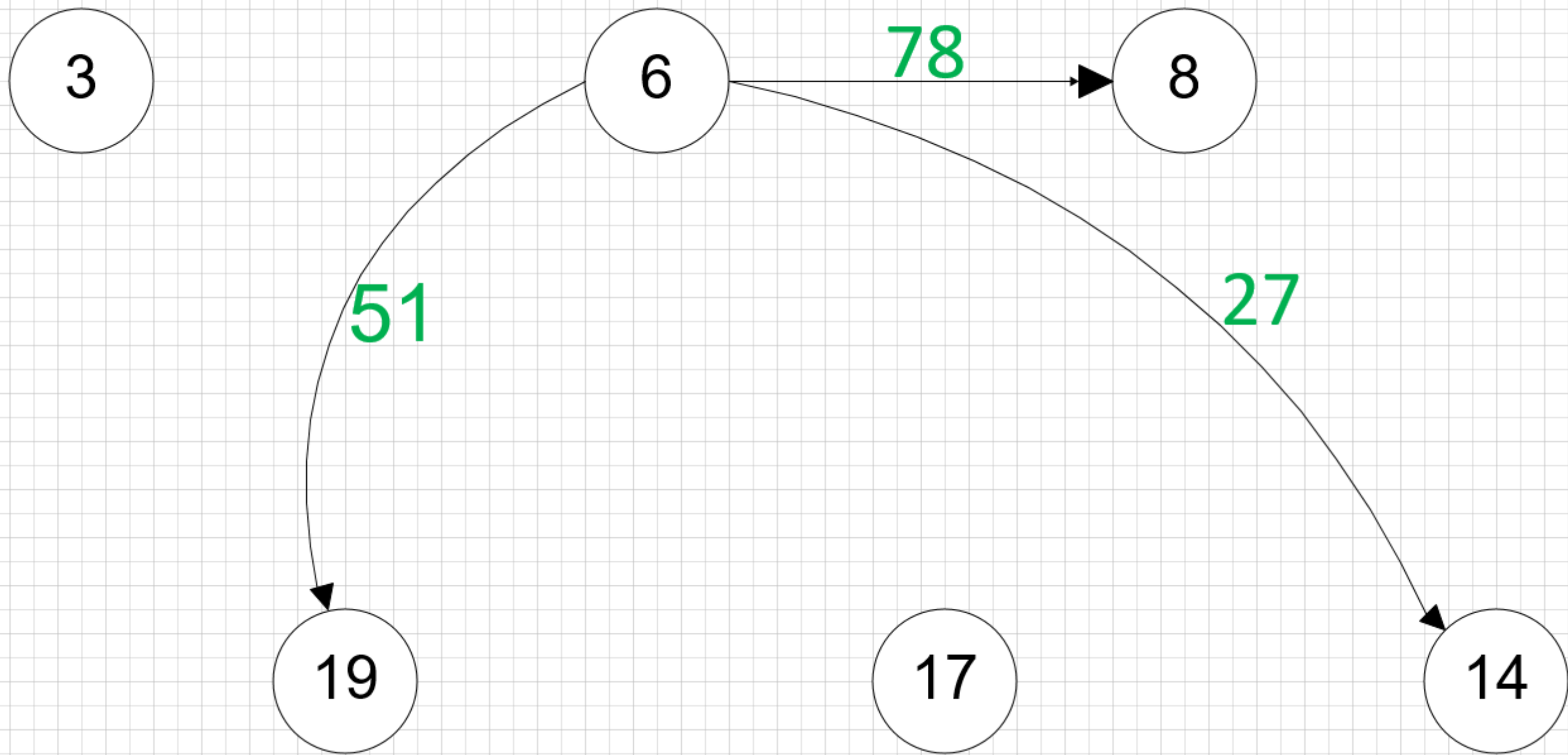
שנה 19, דילוג של 51 שנים



דוגמא – המשך

	שנה 6		
	עד לא בולל	החל מ-	
	9949	3084	
בתוספת יתרון מחזור	79664	74004	שנה 14, דילוג של 27
בתוספת יתרון מחזור	147569	143719	שנה 19, דילוג של 51 שנים
בתוספת יתרון מחזור	35844	31994	
בתוספת יתרון מחזור	105559	101709	כל הטווח בתחום שנה 8

- רואים שלאחר הוספת פעמיים יתרון מחזור (מודולו שבוע) כל הטווח נופל בתחום שנה 8. לכן הסתיים התהליך עם שנה 6!! , נוסיף בדיאגרמה חץ משנה 6 לשנה 8 והדילוג הוא $78 = (20 - 6 + 7 + 3 * 19)$.

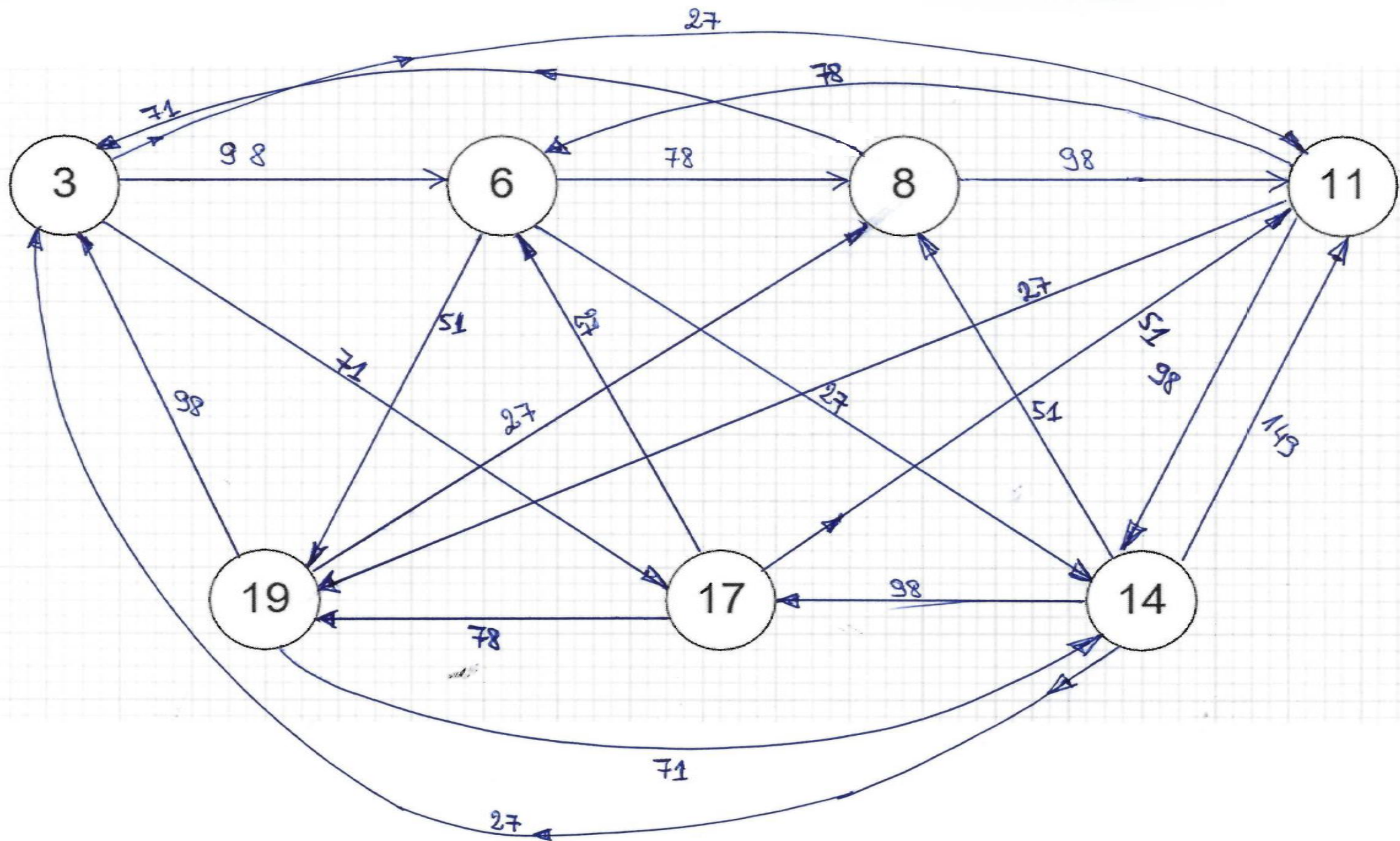


הטבלה כולה

שנה 6		שנה 3		שנה 17		שנה 14		שנה 11		שנה 8		שנה 19	
החל מ-	עד לא כולל	החל מ-	עד לא כולל	החל מ-	עד לא כולל	החל מ-	עד לא כולל	החל מ-	עד לא כולל	החל מ-	עד לא כולל	החל מ-	עד לא כולל
3084	9949	19464	26329	50754	57619	67139	74004	83519	90384	99899	106764	147569	154434
74009	79664	89179	96044	120469	127334	136854	143719	153234	160099	169614	176479	35844	42709
143724	147569	90384		8744	15609	25129	31994	41509	48374	57889	64754	105559	112424
		160099	165759	9949		26324						106764	
31999	35844			79664	85324	96039	101709	111224	118089	127604	134469	175274	699
		48374	54034		83519		99899						
101714	105559		50754	149379	153234	164559	169614	180939	6364	15879	22744	63549	70414
		118089	120469			52834	57889		3084		19464		67139
		6364	8744			57619		69214	72799	85594	89179	133264	136854
						127334	129414						
						15609	17689					21539	25129
						85324	87404						

27
51
71
78
98
149

מקור	חיצים ל- [דילוג שנה]			
19	3(98)	8(27)	14(71)	
3	6(98)	11(27)	17(71)	
6	0(51)	8(78)	14(27)	
8	3(71)	11(98)		
11	0(27)	6(78)	14(98)	
14	3(27)	8(51)	11(149)	17(98)
17	0(78)	6(27)	11(51)	



תכונות התרשים – מסלול סגור

• נסמן ב- S סכום חיצים במסלול סגור כלשהוא, אזי מתקיים:

• $S \pmod{19} \equiv 0$

• הוכחה (טרביאלי): נסכם את כל ה- $\Delta_n = -n + m + 19A$

$$\Delta_1 = \cancel{-a} + \cancel{b} + 19A \quad \bullet$$

$$\Delta_2 = \cancel{-b} + \cancel{c} + 19B \quad \bullet$$

..... $\bullet$

$$\Delta_n = -n + \cancel{a} + 19N \quad \bullet$$

$$S = 0 + 19S \quad \bullet$$

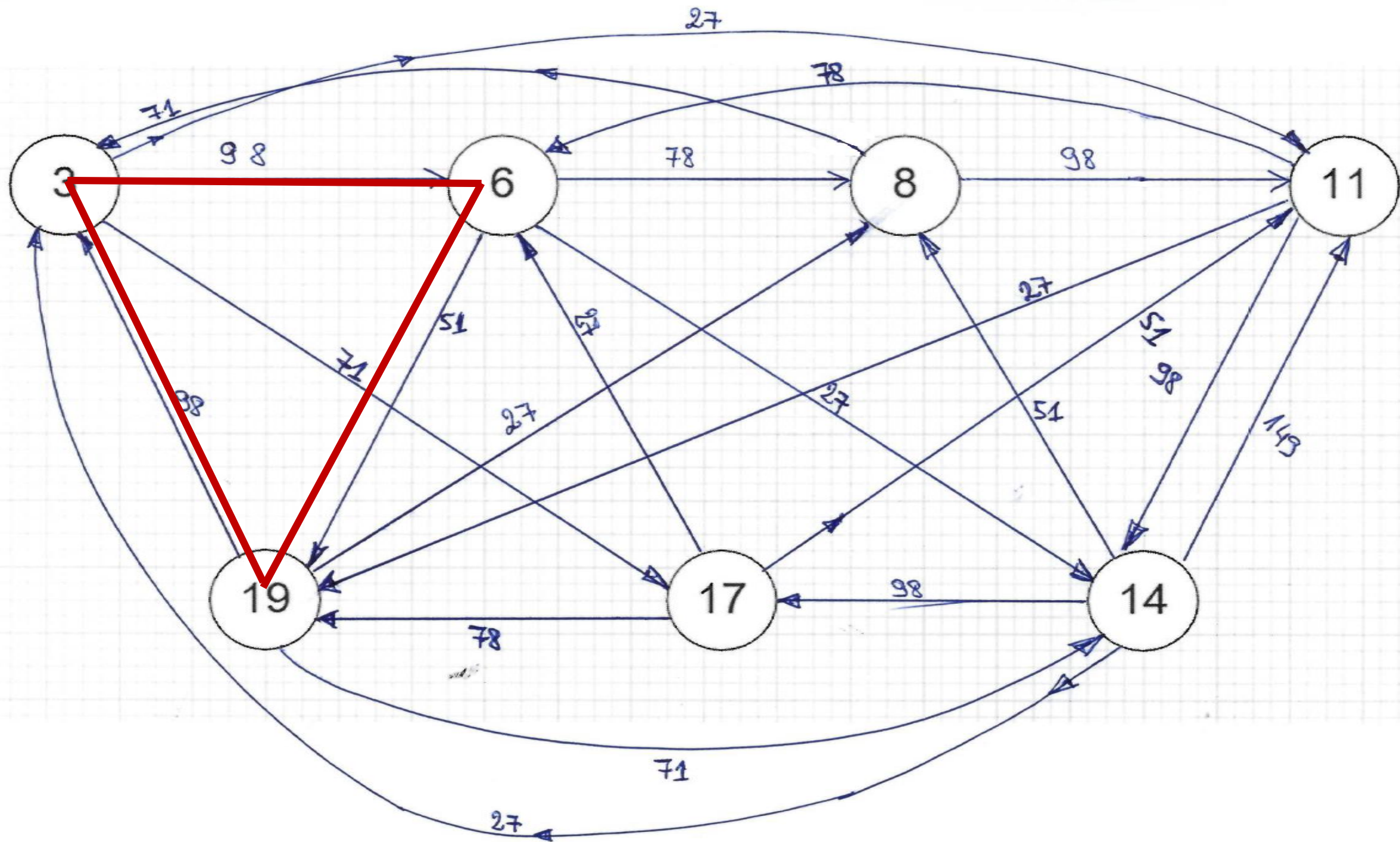
$$A, B, \dots, N, S \in \mathbb{Z}^+$$

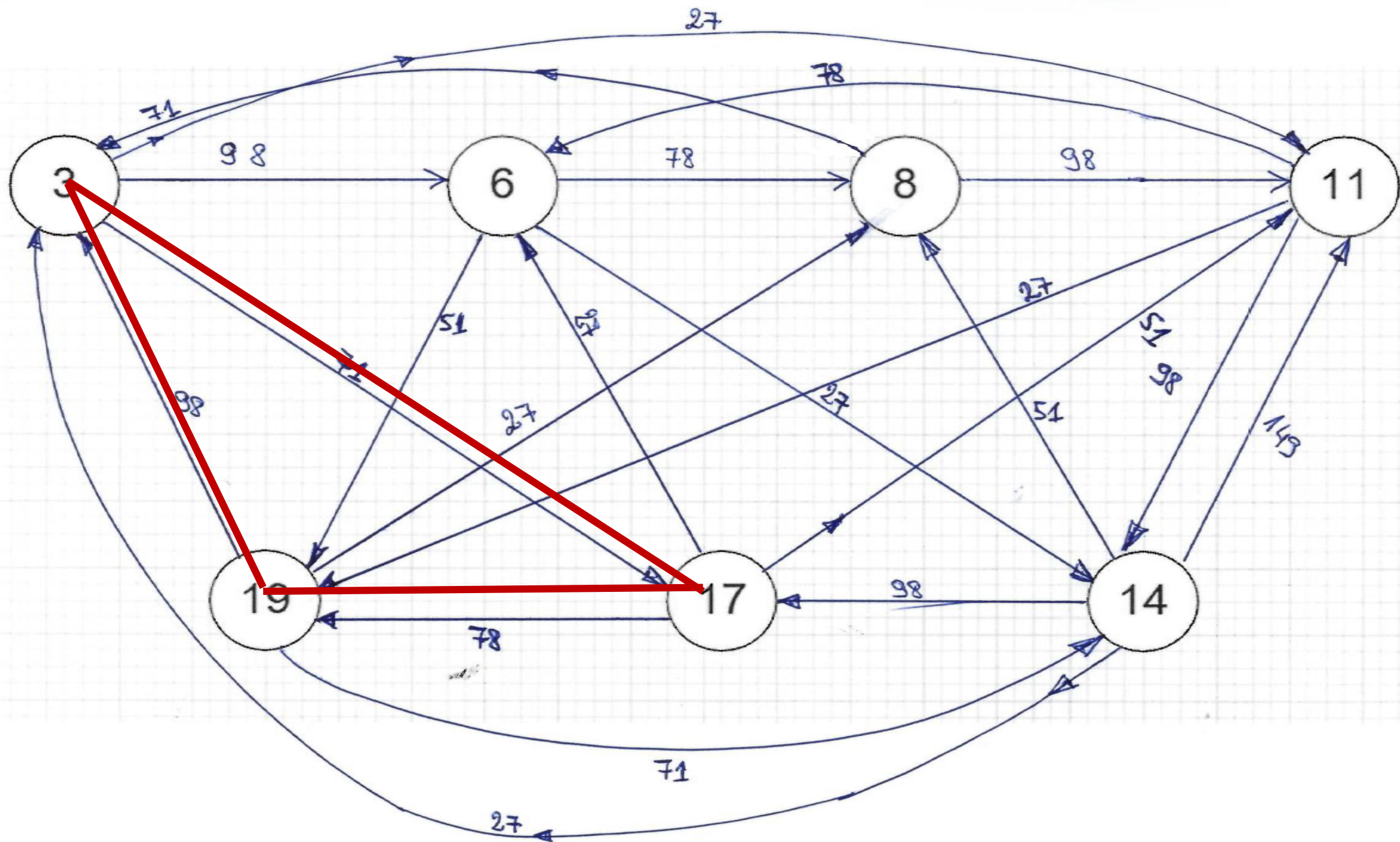
תכונות התרשים – מסלול סגור , 247 שנים

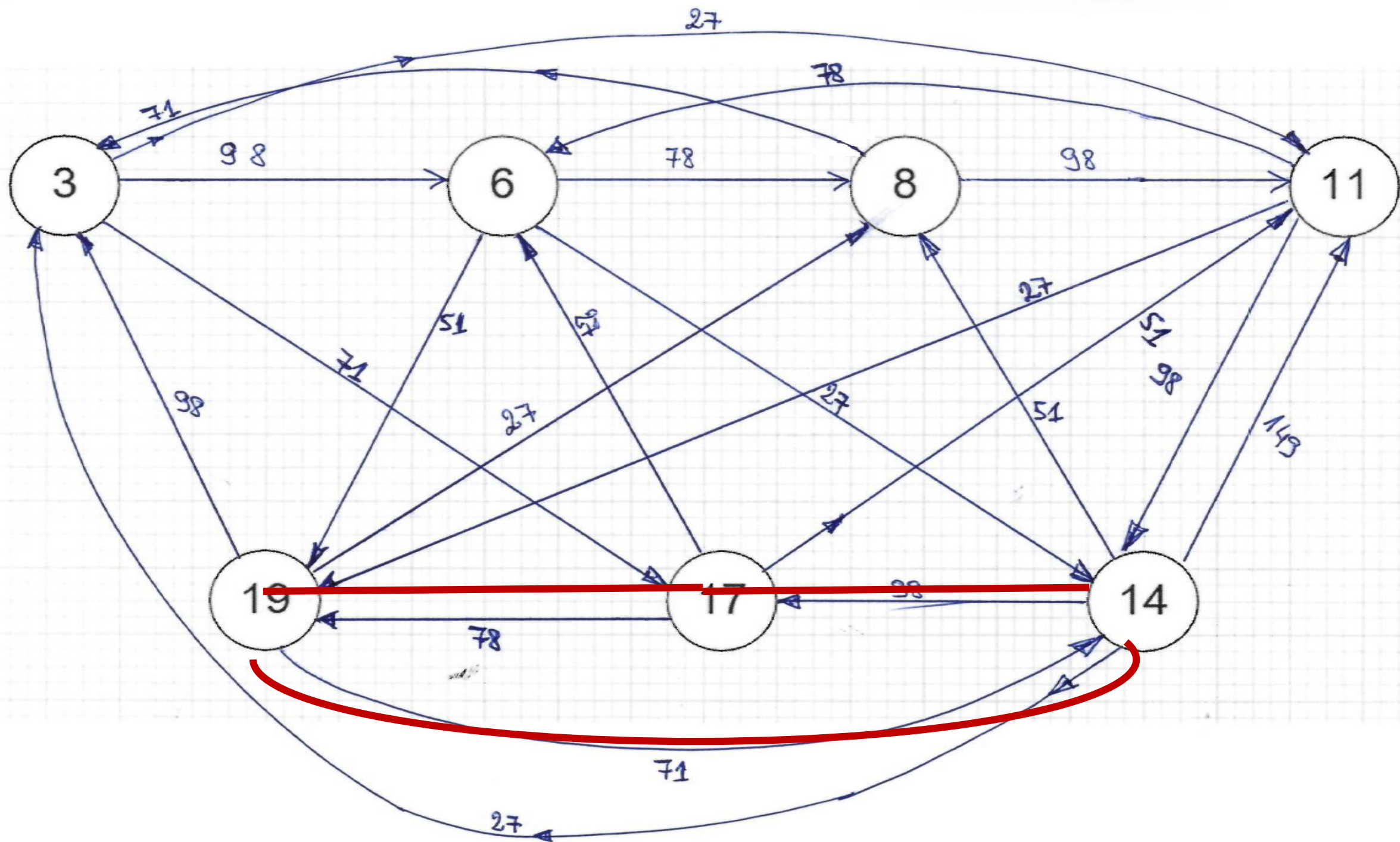
- כידוע המולד נסוג לאחור ב- 905 חלקים בחלוף 13 מחזורים (מחזורים המכונה "עיגול דרב נחשון").
- היות וטווח כל קבוצה הוא 1373 היקירות (6865 חלקים) לכן בכל מעבר יהיו מעברים באותה קבוצה של 247 שנים.
- בבחינה של הדיאגרמה אכן יש מסלולים סגורים רבים שסכומם (כמצופה) 247!!

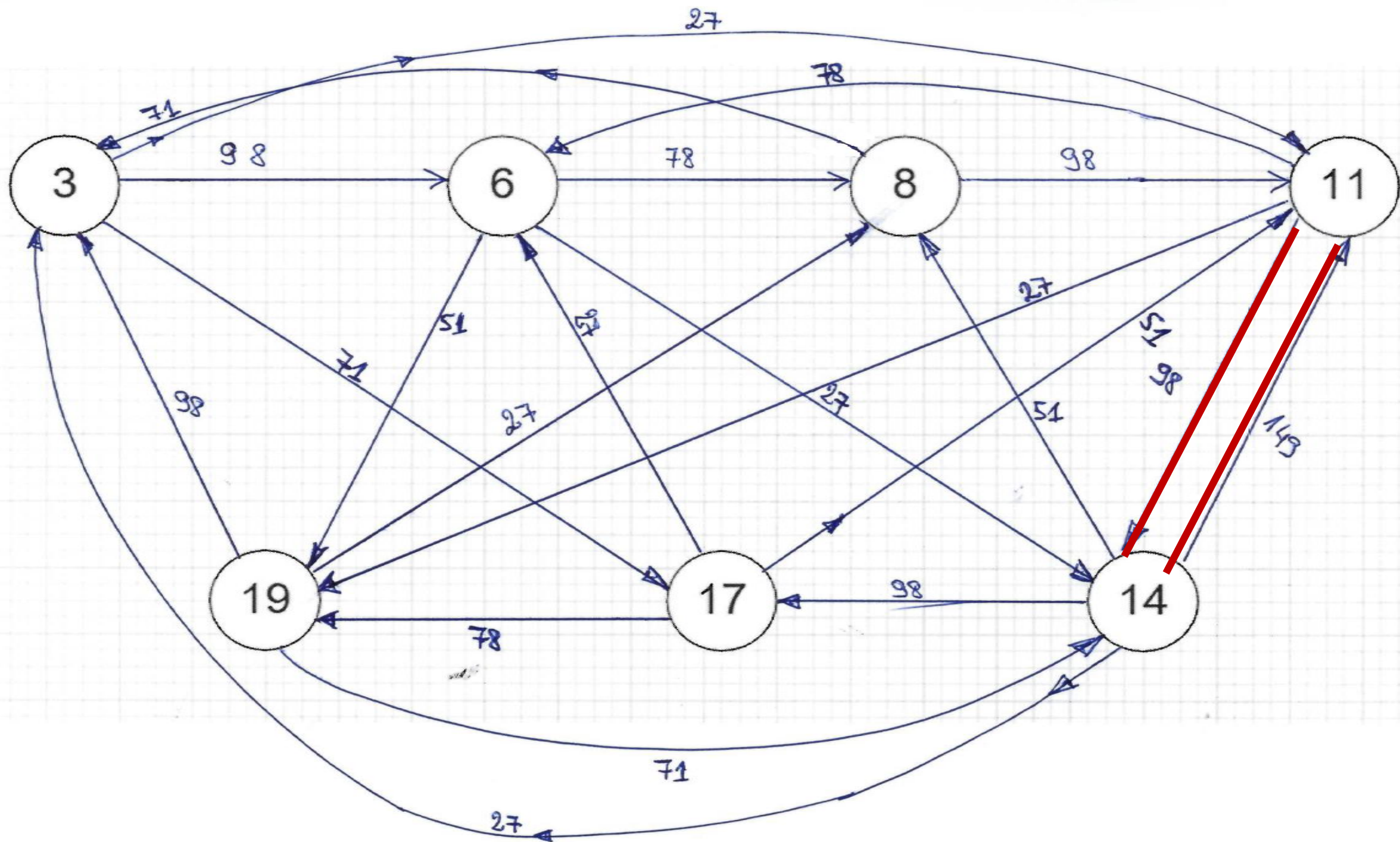
ג - גבולות אמיתיים							
		1	2	3	4	5	6
129	1065	בחג	השא	גכז	בשה	זחא	גכז
154	540	בחג	השא	גכז	בשה	זחא	גכז
154	298	בחג	השא	גכז	בשה	זחא	גכז
141	5	בשה	זחא	גכז	בשה	זחא	גכז
136	535	בשה	זחא	גכז	בשה	זשג	החא
141	833	בשה	זחא	גכז	בשה	זשג	החא
109	1605	בשה	זחא	גכז	בשה	זשג	החא
134	4	בשה	זחא	גכז	בשה	זשג	החא

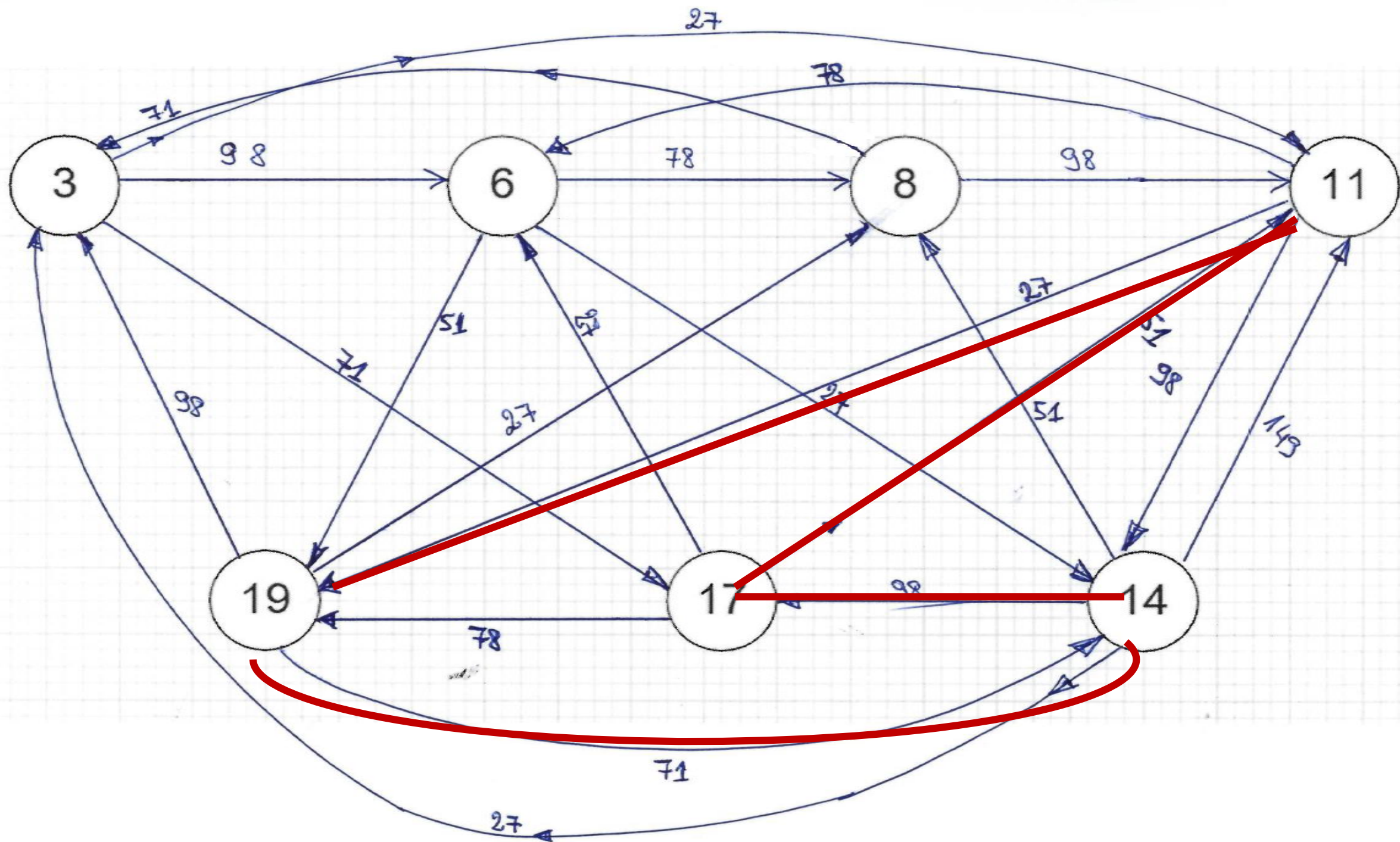
דוגמאות למסלולים באורך 247

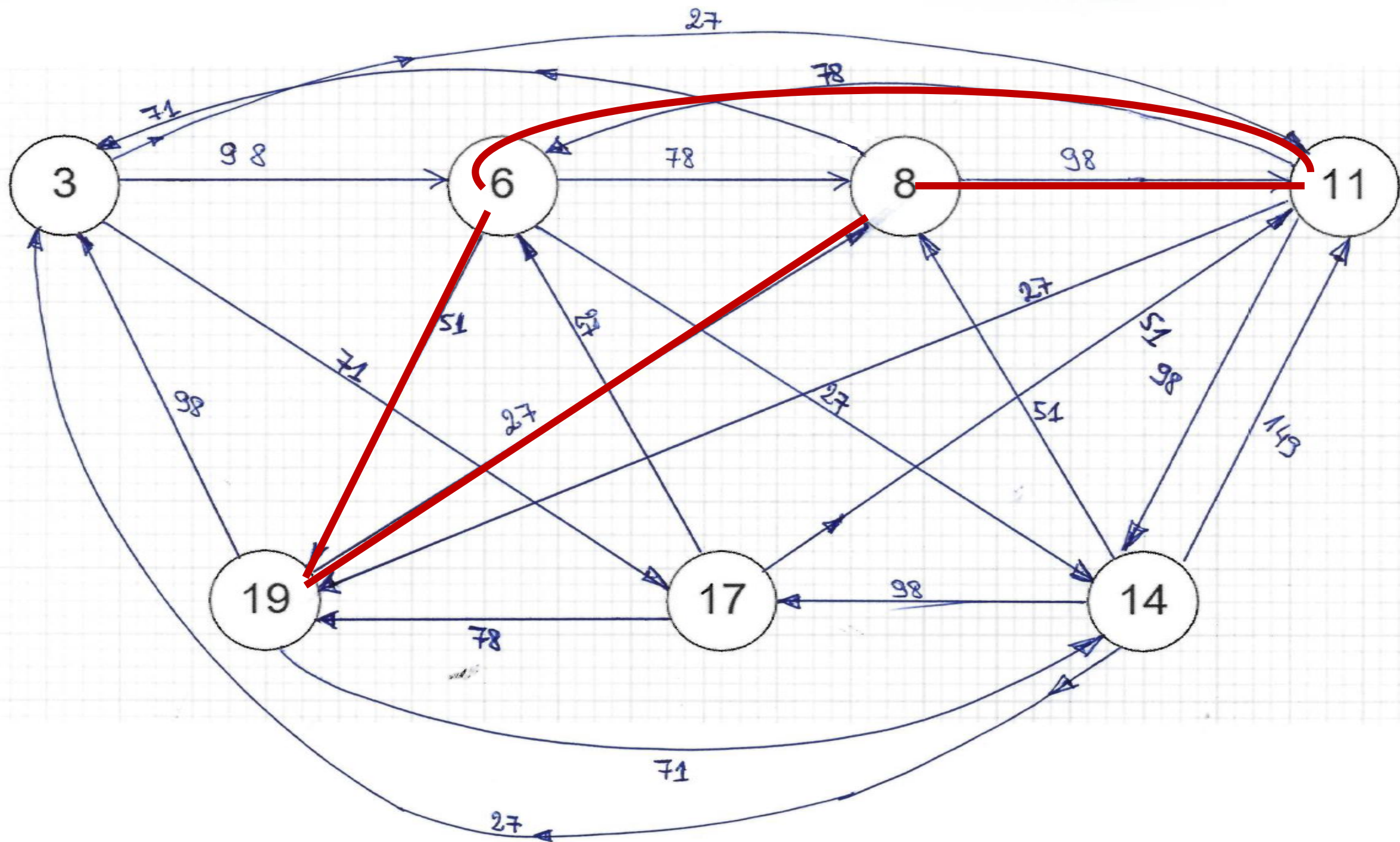


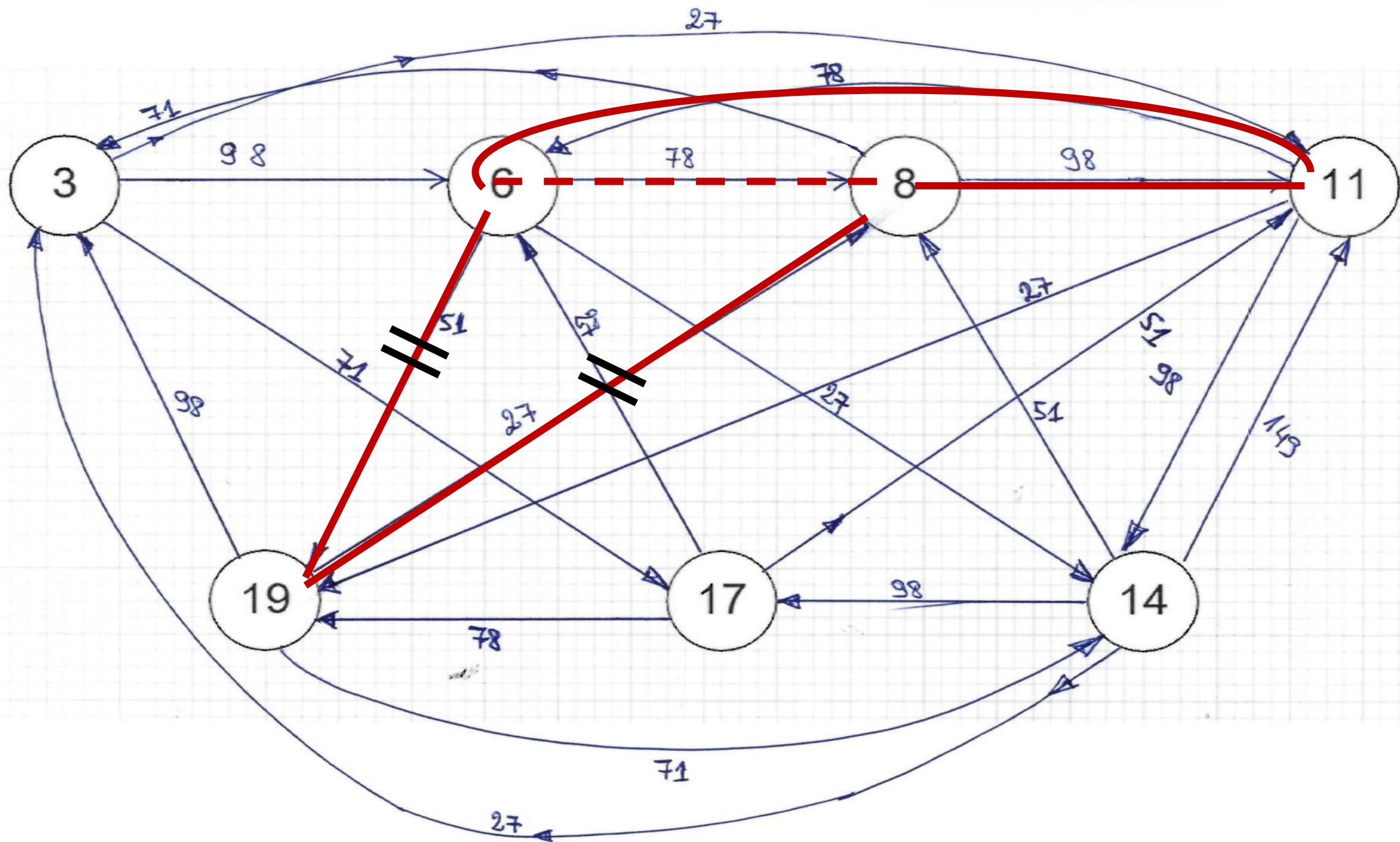


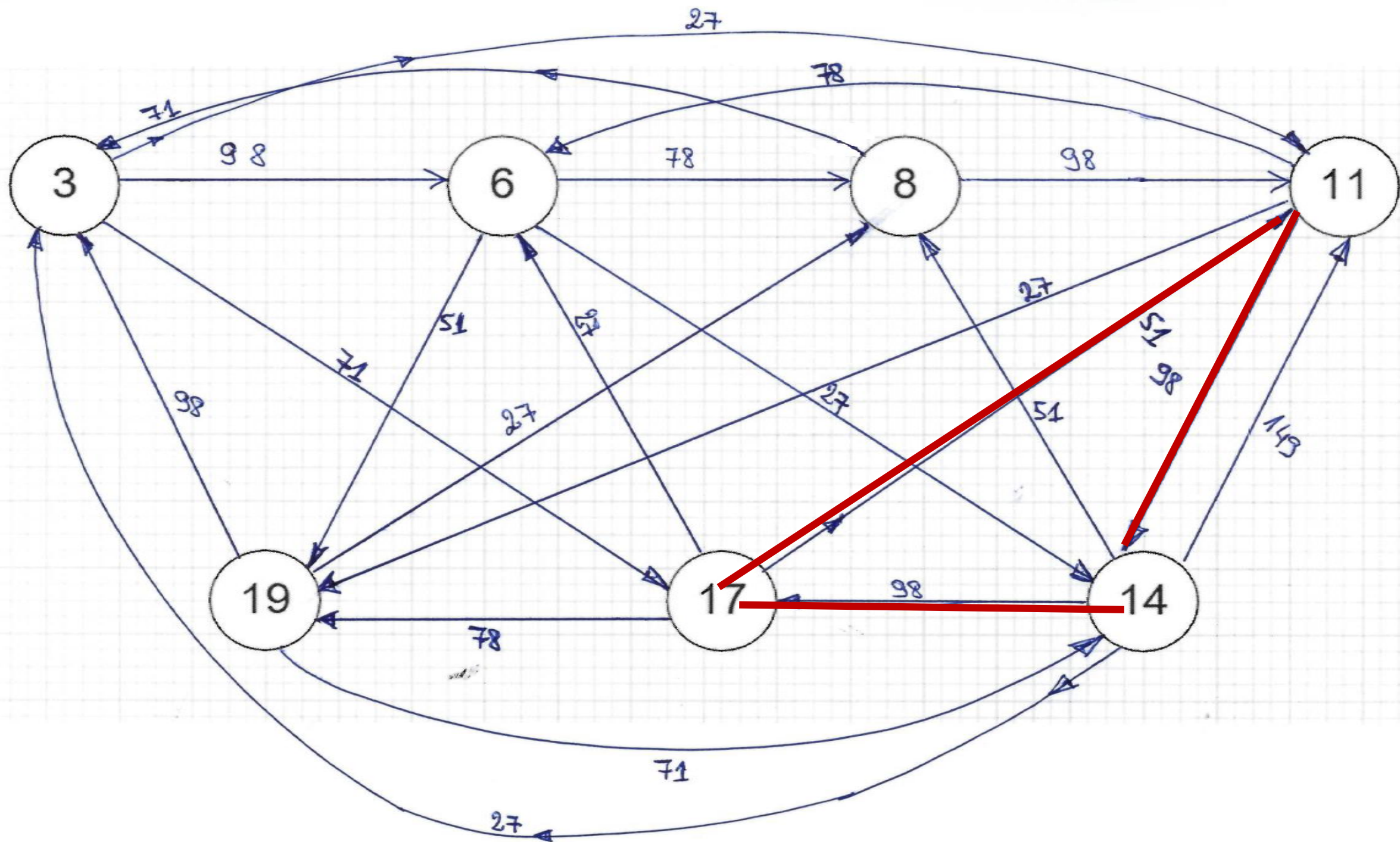


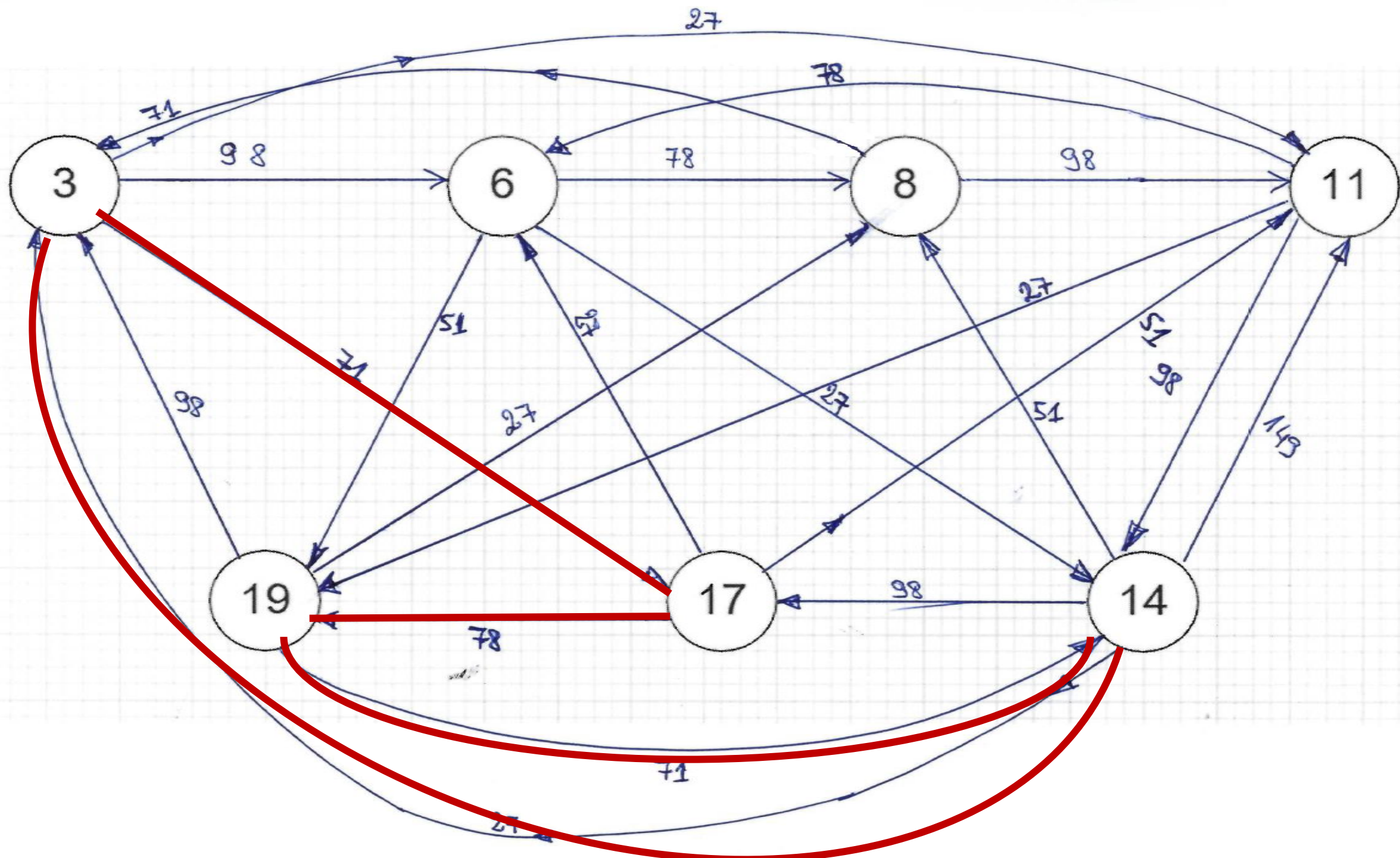












תכונות התרשים - תנאי ל- $\Delta_n = \Delta_a + \Delta_b$

• טענה במשולש סגור ששני חיצים במצב (זנב..ראש)

• אזי אם החץ השלישי במצב ראש..ראש מתקיים:

$$\Delta_1 + \Delta_2 \equiv \Delta_3 \pmod{19}$$

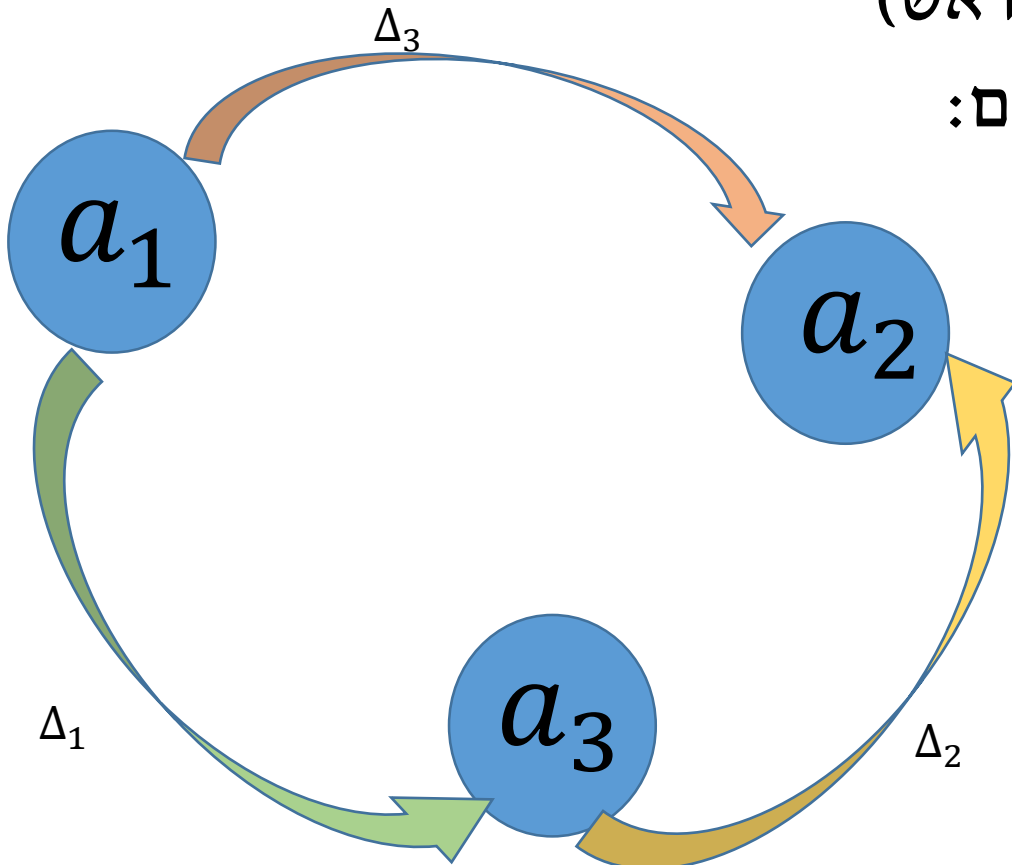
• הוכחה, נשתמש במשוואת החץ כדלהלן:

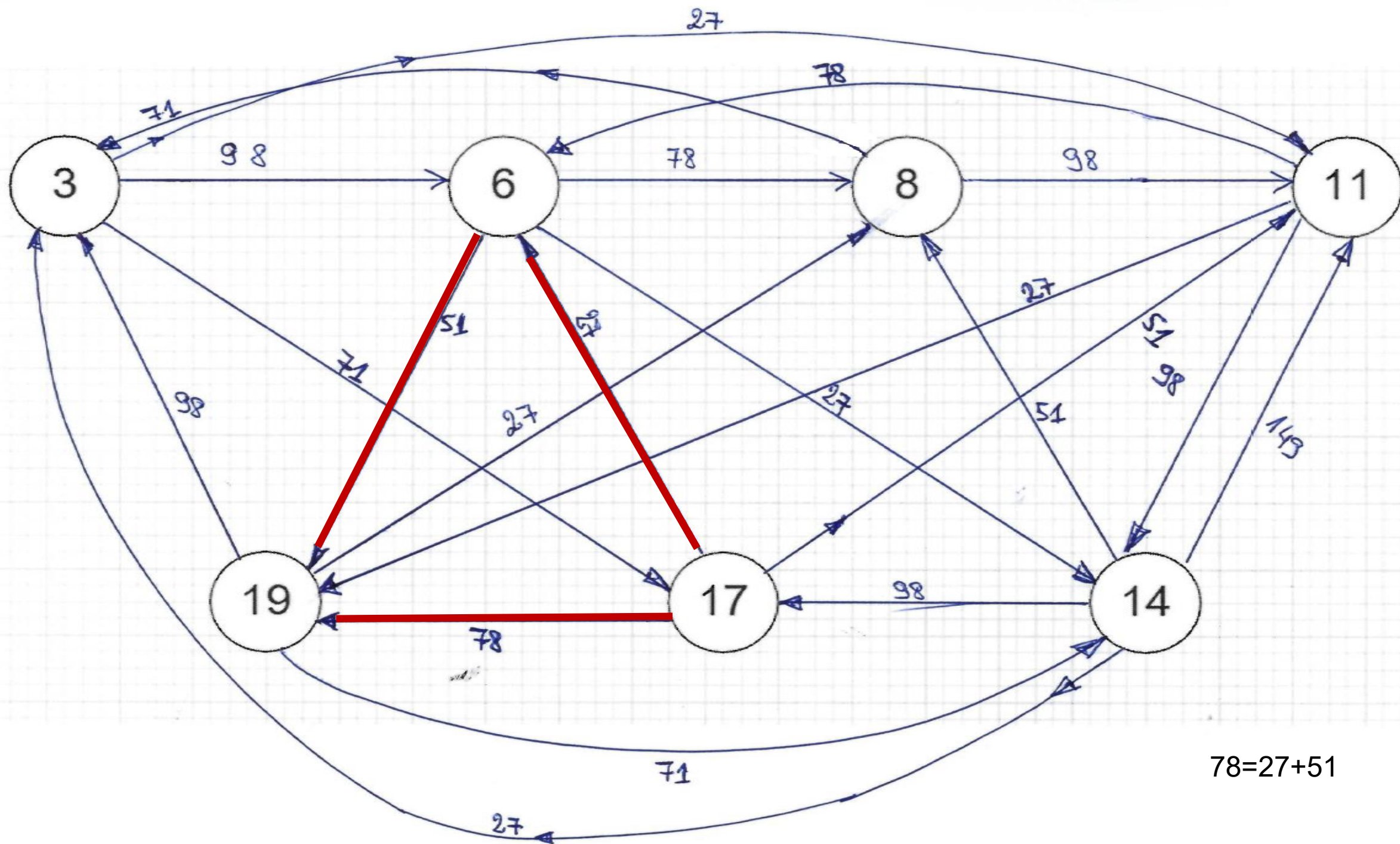
$$\Delta_1 = -a_1 + \cancel{a_3} + 19A$$

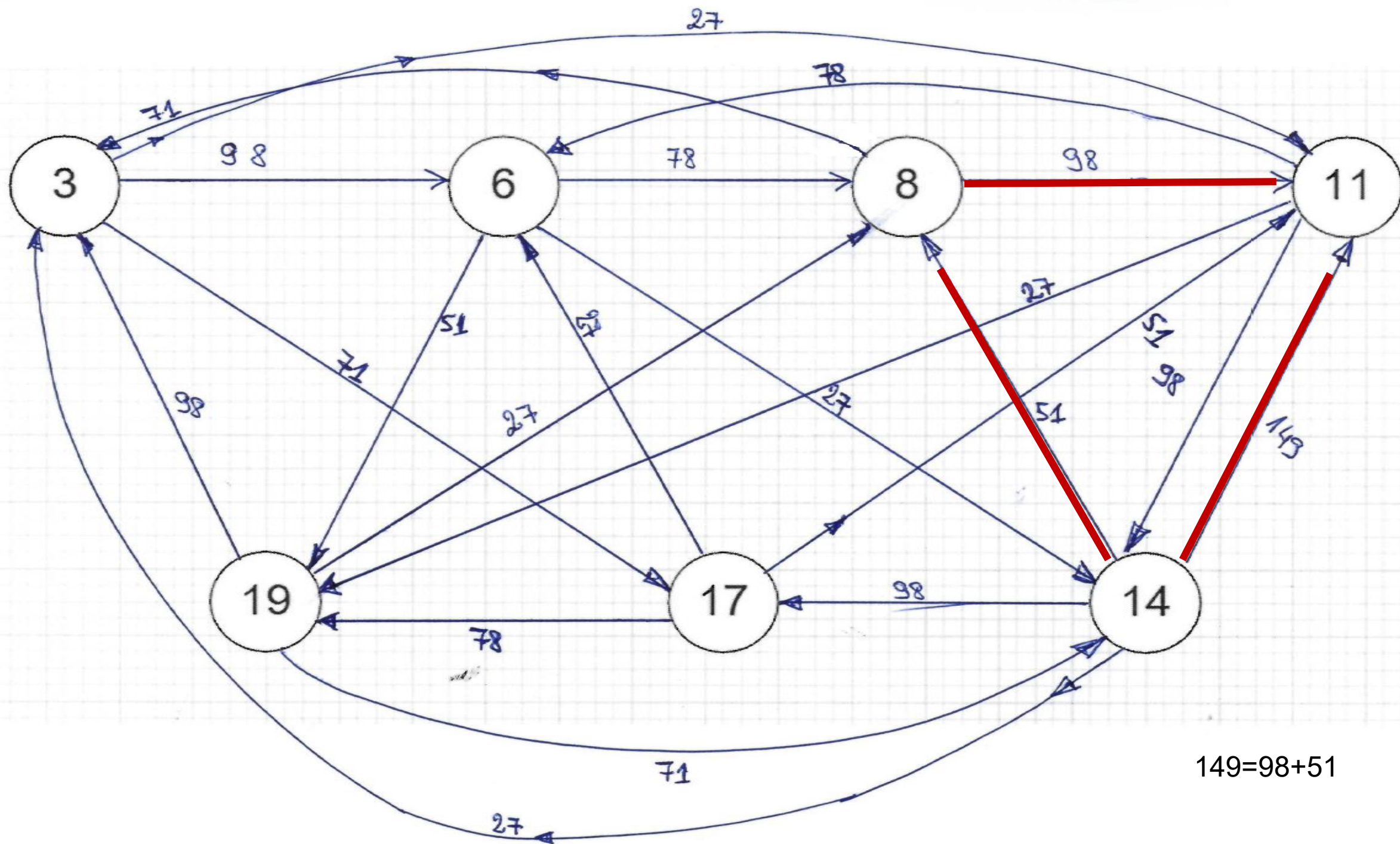
$$\Delta_2 = -\cancel{a_3} + a_2 + 19B$$

$$\Delta_3 = -a_1 + a_2 + 19C$$

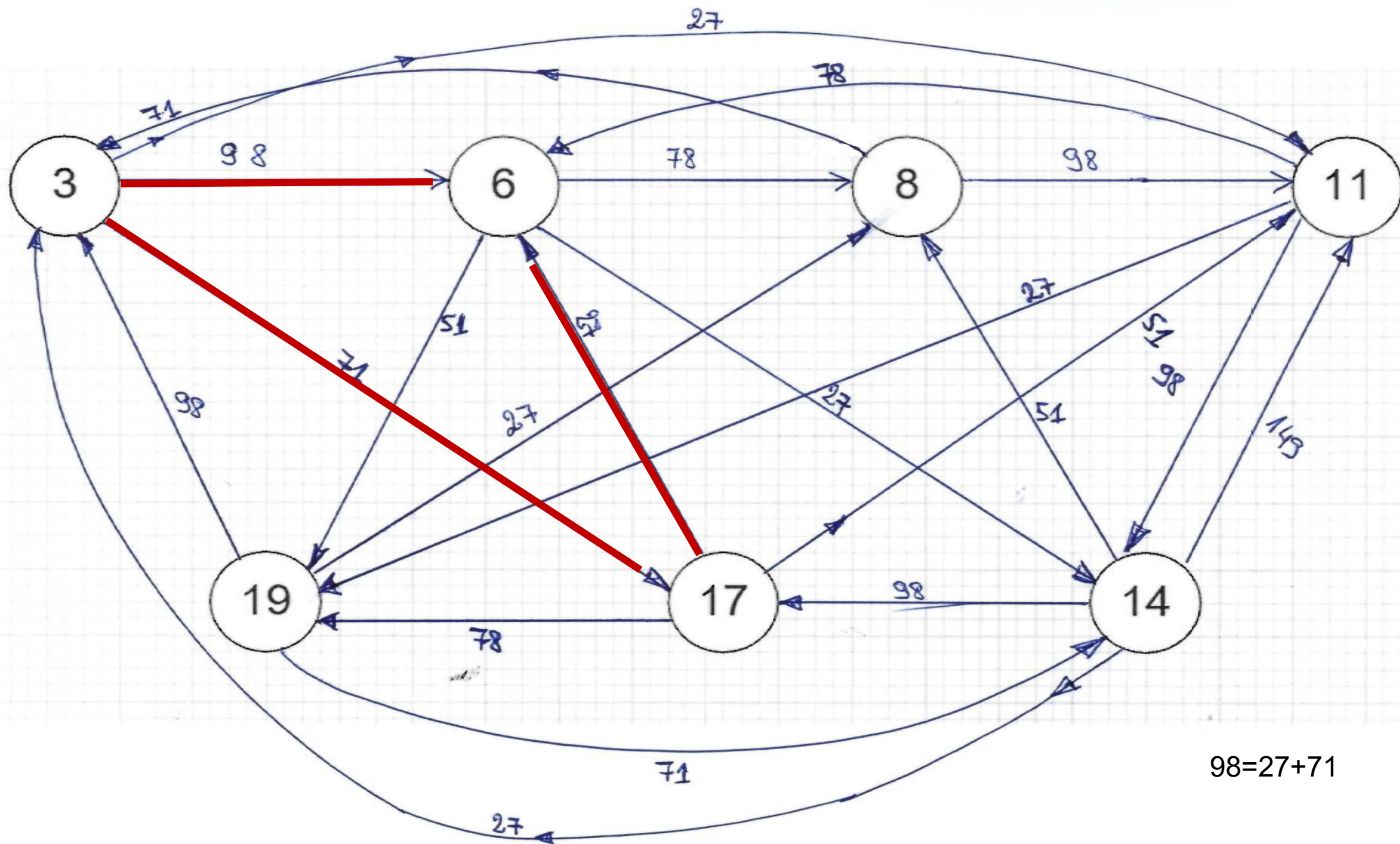
• מש"ל



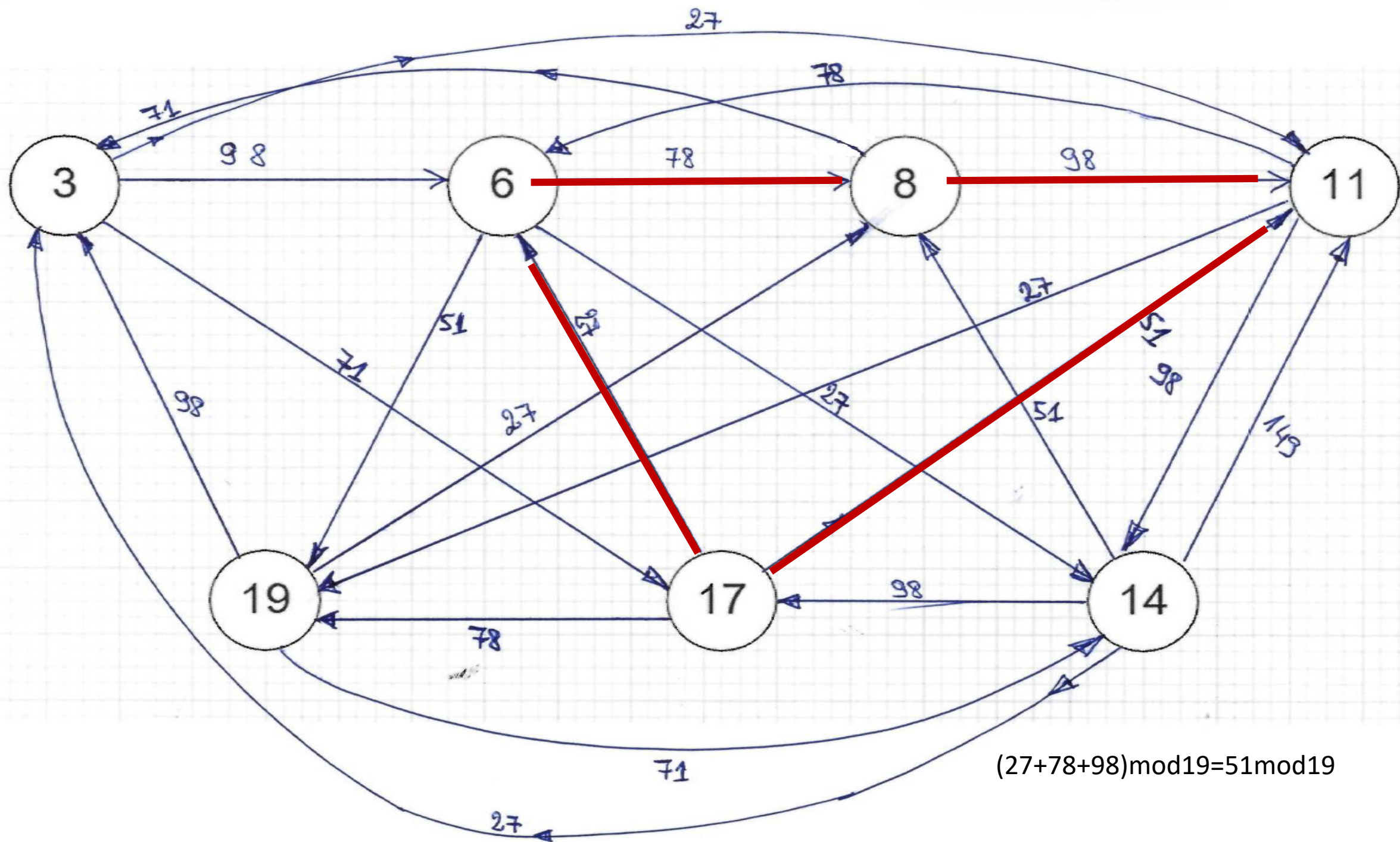




$$149 = 98 + 51$$



$$98 = 27 + 71$$



$$(27+78+98)\bmod 19=51\bmod 19$$