

גיאומטריה אנליטית ודיפרנציאלית (88-201)

מועד ב' 10.08.22

שאלות 1 עד 4 שוות 25 נקודות כל אחת. שאלת בונוס שווה 8 נקודות.

יש להקפיד על כתב מסודר.

יש לנמק ולהצדיק את כל התשובות ע"י הוכחות מלאות.

1. הבעיה הזאת עוסקת בעקומות במרחב איוקלידי.
 - א. הגדר מושג של פרמטר s במהירות יחידה של עקומה.
 - ב. נתבונן בעקומה $\alpha(t) = (8\cos t, 10 - 10\sin t, -6\cos t)$. מצא פרמטר במהירות יחידה $s = s(t)$ של העקומה.
 - ג. חשב את העקמומיות של העקומה בסעיף ב'.
2. הביטויים הבאים משתמשים בסימוני סכימה של Einstein כאשר אינדקסי סכימה רצים בין 1 ל 2. לפשט ככל האפשר את הביטויים הבאים:
 - א. $\langle x_{aj}, n_k \rangle \delta^k_m g^{ma}$ ולהשוות אינדקסים חופשיים בהתחלה ובסוף.
 - ב. $\langle x_j, x_{pq} \rangle \delta^p_r$ ולהשוות אינדקסים חופשיים בהתחלה ובסוף.
 - ג. $\langle x_{pqr}, x_m \rangle$ ולהשוות אינדקסים חופשיים בהתחלה ובסוף.
 - ד. $\delta^a_b g_{cd} g^{bd} \delta^c_a$ ולהשוות אינדקסים חופשיים בהתחלה ובסוף.
3. עבור כל אחד ממתכי החרוט הבאים לקבוע אם הוא מנוון או לא ולאפיין אותו:
 - א. קבוצת פתרון של המשוואה $x^2 - 4xy + 5y^2 + 1 = 0$.
 - ב. קבוצת פתרון של המשוואה $x^2 - 4x + 3y^2 + 4 = 0$.
 - ג. קבוצת פתרון של המשוואה $x^2 - 4xy + 3y^2 = 0$.
 - ד. קבוצת פתרון של המשוואה $x^2 - 6xy + y + 9y^2 = 0$.
4. מצא נקודה או נקודות (אם קיימות) של עקמומיות מקסימלית על העקומה הבאה:
 - ה. עקומה $2xy + y^2 = 1$.
 - ו. עקומה $xy + 3x = 0$.
 - ז. עקומה $4x + e^y = 0$.
5. (שאלת בונוס)
 - (א) עבור וקטורים u, v , הגדיר מטריצת Gram שלהם $Gram(u, v)$.
 - (ב) תהי $\underline{x}(u^1, u^2)$ פרמטריזציה רגולרית של משטח במרחב תלת-מימדי, אם וקטור נורמל $n(u^1, u^2)$. מצא יחס בין $Gram(\underline{x}_1, \underline{x}_2)$ לבין $Gram(n_1, n_2)$ עם הוכחה.

בהצלחה!