

88201 גאומטריה אנליטית ודיפרנציאלית 9 יולי 2026 פרופי כץ מבחן מועד א'
כל שאלה שווה 25 נקודות. יש לנמק ולהצדיק את כל התשובות.

1. הבעיה הזאת עוסקת בעקומות במרחב איוקלידי.

א. הגדר מושג של פרמטר במהירות יחידה.

ב. עבור עקומה

$$\alpha(t) = (8 \cos t, 10 - 10 \sin t, -6 \cos t)$$

מצא פרמטר במהירות יחידה

$$s = s(t)$$

של העקומה.

ג. חשב את העקמומיות של העקומה בסעיף ב'.

2. בשאלה הזאת עובדים עם קואורדינטות

$$(x, y) = (u^1, u^2)$$

א. נניח

$$h(x, y) = Cx, \quad C > 0$$

ונתבון במטריקה עם מקדמים

$$g_{ij} = h(x, y)^{-2} \delta_{ij}$$

חשב את המקדמים

$$\Gamma_{ij}^1, \quad i = 1, 2, \quad j = 1, 2$$

של המטריקה.

ב. תן נוסחה עבור עקמומיות של גאוס של המטריקה באמצעות אופרטור לפלס.

ג. חשב את עקמומיות גאוס של המטריקה.

ד. בטא משוואה דיפרנציאלית מפורשת של קו גאודזי של מטריקה של סעיף א' באמצעות

$$x, y$$

ונגזרותיהן.

3. עבור כל אחד מחתכי החרוט הבאים, לקבוע אם הוא מנוון או לא, ולאפיין אותו:

א. קבוצת פתרון של המשוואה

$$x^2 - 4xy + 3y^2 = 0$$

ב. קבוצת פתרון של המשוואה

$$x^2 - 6x + 3y^2 + 9 = 0$$

ג. קבוצת פתרון של המשוואה

$$x^2 - 8xy + 16y^2 - 5 = 0$$

ד. קבוצת פתרון של המשוואה

$$x^2 - 10x + 2y^2 + 26 = 0$$

4. מצא נקודות מקסימום או מינימום (אם קיימות) של עקמומיות של עקומות הבאות:

א. עקומה

$$x^2 - 4y + 1 = 0$$

ב. עקומה

$$2x^2 - 2y^2 = 4$$

ג. עקומה

$$x + \sqrt{2} \ln y = 1$$

בהצלחה!