

## תרגיל בית 11 אינפי 1 למדמ"ח

1. נסחו את הטענה הבאה: הגבול  $\lim_{x \rightarrow c} f(x)$  לא קיים:

(א) במונחי אינפיניטיסימלים.

(ב) במונחי  $\epsilon, \delta$ .

2. לפניכם מספר טענות במונחי  $\epsilon, \delta$ .

(א) לכל  $A > 0$  קיים  $\delta > 0$  כך שלכל  $x$  המקיים  $c - \delta < x < c$  מתקיים  $f(x) > A$ .

(ב) קיים  $A > 0$  כך שלכל  $B < 0$  קיים  $x < B$  עבורו מתקיים  $f(x) \leq A$ .

(ג) קיים  $\epsilon > 0$  כך שלכל  $\delta > 0$  קיימים  $x, y \in I$  המקיימים  $|x - y| < \delta$  וגם  $|f(x) - f(y)| \geq \epsilon$ .

עבור כל אחת מהטענות:

i. נסחו אותה במונחי אינפיניטיסימלים.

ii. כתבו מה המשמעות: (למשל: הגבול הימני  $\lim_{x \rightarrow c^+} f(x)$  לא קיים, הפונקציה

רציפה בנקודה  $c$  וכדומה).

3. הוכיחו בשפה של  $\epsilon, \delta$  כי אם

$$\lim_{x \rightarrow c} f(x) = A$$

ו

$$\lim_{x \rightarrow c} g(x) = B$$

אז

$$\lim_{x \rightarrow c} (f(x) + g(x)) = A + B$$

4. בדקו אם הפונקציות הבאות רציפות במ"ש בתחום הנתון:

(א)  $f(x) = e^x$  בכל  $\mathbb{R}$ .

(ב)  $f(x) = \cos x^2$  ב  $[1, \infty)$ .

(ג)  $f(x) = \ln x$  ב  $(0, 1)$ .

(ד)  $f(x) = x^{\sqrt{2}}$  בקטע  $(0, \infty)$ . רמז: הפריכו. השתמשו בכך שהרכבה של פונקציות רציפות במ"ש היא רציפה במ"ש.

5. הוכיחו כי אם  $f(x), g(x)$  רציפות במ"ש בקטע  $I$  אז גם  $f(x) + g(x)$  רציפה במ"ש ב  $I$ . ניתן להשתמש באינפיניטיסימלים או  $\epsilon, \delta$ .

6. חשבו את הגבולות הבאים:

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \arccos \frac{1}{x} \quad (\text{א})$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\arccos x - \frac{\pi}{2}}{x} \quad (\text{ב})$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\arctan x - \frac{\pi}{2}}{\arcsin \frac{1}{x}} \quad (\text{ג})$$