

# מבחן בקורס חשבון אינפיניטסימלי 1 (88-132, 89-132)

## תשע"ט, מועד ב'

מרצים: פרופ' מיכאל כץ, ד"ר לואי ג'נינגס, אלעד עטייא, דורון פרלמן.  
מתרגלים: רועי אבל, אורלי בארשבסקי, אבי כדריה, עקיבה מלכה, דורון פרלמן.

משך המבחן: 3 שעות. יש לענות על כל השאלות 1-5.  
מותר השימוש במחשבון מדעי (לא מחשבון המצייר פונקציות). כל חומר עזר פרט למחשבון – אסור.

**שימו לב: עליכם לנמק היטב את כל התשובות.**

### שאלה 1 (21 נקודות)

א. (7 נק') יהי  $a$  מספר היפרממשי המקיים  $st(a) = 1$  ויהי  $x$  מספר היפרממשי חיובי. הוכיחו או הפריכו:  $st(a^x) = 1$ .

ב. (7 נק') יהיו  $a \approx a'$ ,  $b \approx b'$  מספרים היפרממשיים סופיים. הוכיחו או הפריכו:  $ab \approx a'b'$ .

ג. (7 נק') יהיו  $f, g$  פונקציות ממשיות אשר לא גזירות בנקודה  $x_0 \in \mathbb{R}$ . הוכיחו או הפריכו:  $f + g$  לא גזירה ב- $x_0$ .

## שאלה 2 (22 נקודות)

א. (11 נק') תהי:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{2x+8}{(8-4x)e^{x-\frac{\pi}{4}}} & x < 0 \\ e^{\arctan(e^x)} & x \geq 0 \end{cases}$$

מיצאו את  $f'$  בנקודות בהן  $f$  גזירה.

ב. (11 נק') האם  $f'$  רציפה לכל  $x \in \mathbb{R}$ ? אם לא – מיצאו את נקודות אי-הרציפות של  $f'$ , וסווגו אותן.

## שאלה 3 (22 נקודות)

א. (11 נק') הוכיחו כי למשוואה  $x^6 + x^4 + x^2 - 7x - 7 = 0$  יש בדיוק שני פתרונות.

ב. (11 נק') הוכיחו שלכל  $0 < a < b$  מתקיים

$$\arctan(b) - \arctan(a) \leq b - a$$

### שאלה 4 (22 נקודות)

א. (11 נק') חשבו את הגבול  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\ln(2+3^n)}{2n}$ .

ב. (11 נק') חשבו את הגבול  $\lim_{n \rightarrow \infty} \left( \frac{n^2+2}{n^2-3} \right)^{n^2+4}$ .

### שאלה 5 (21 נקודות)

עבור כל אחד מהטורים הבאים, קיבעו האם הוא מתכנס בהחלט, מתכנס בתנאי, או מתבדר:

א. (7 נק')  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{2^{\ln(n)}}$

ב. (7 נק')  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(n!)^3}{(3n)!}$

ג. (7 נק')  $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{\ln(n!)}$

**בהצלחה!**