

דף תרגילים 10

201 – 88 תשע"ח סמסטר ב'

תרגיל 1 נתונה תבנית ריבועית $Q(x, y) = -3x^2 + 4xy - 6y^2$.

א. עקומה מישורית מוגדרת ע"י המשוואה $Q(x, y) = -1$. לאפיין את העקומה.

ב. לאפיין את המשטח המתקבל כגרף של התבנית הריבועית $z = Q(x, y)$.

ג. למצוא את עקמומיות גאוס של משטח זה בראשית הצירים.

תרגיל 2 נסתכל על המשטח שהוא הגרף של הפונקציה $f(x, y) = y^4$.

א. מיצאו פרמטריזציה, וקטור נורמל.

ב. מהי עקמומיות גאוס בכל נקודה של המשטח?

ג. בנקודות הקריטיות של $f(x, y)$, ודאו את תשובתכם באמצעות חישוב מטריצת ההסיאן.

תרגיל 3

א. מיצאו פרמטריזציה של חרוט כמשטח סיבוב של העקומה $(\phi, a\phi) = (r(\phi), z(\phi))$ באשר $a > 0$. מיצאו את מקדמי התבנית היסודית הראשונה והשנייה, ואת עקמומיות גאוס.

ב. מיצאו את מקדמי Γ_{ij}^k ואת המשוואות הגאודזיות.

תרגיל 4

א. מיצאו פרמטריזציה של טורוס כמשטח סיבוב של $(r(\phi), z(\phi)) = (5 + 2 \cos \phi, 2 \sin \phi)$.

ב. מיצאו את מקדמי התבנית היסודית הראשונה והשנייה, ואת עקמומיות גאוס.

ג. מהן הנקודות בהן עקמומיות גאוס חיובית? שלילית? אפס?

ד. מיצאו את מקדמי Γ_{ij}^k ואת המשוואות הגאודזיות.

תרגיל 5 לבטא ע"י המקדמים $g_{ij}, L_{ij}, L^i_j, \Gamma^k_{ij}$ ולפשט ככל הניתן:

א. $\langle x_j, x_{pq} \rangle g^{jp}$

ב. $\langle x_{pqr}, n \rangle$

ג. $\langle x_{pq}, n_s \rangle \delta_m^q$

ד. $g_{pq} \delta_s^q g^{st} \delta_t^p$

ה. $\langle x_{ij}, n_k \rangle \delta_m^k g^{m\ell}$

ו. $\langle n_i, x_j \rangle g^{i\ell}$

ז. $\langle n_i, n_j \rangle$

ח. $\langle n, n_{ab} \rangle \delta_c^a$

ט. $|x_{ij}|^2$

י. $\langle x_{ij}, x_k \rangle \delta_m^k g^{m\ell}$