

תרגיל 7 גאומטריה אנליטית ודיפרנציאלית

להגשה ז' סיוון תשפ"ב, 6.6.22

1

נגזרת הכיוונית של $f : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$ בנקודה $p \in \mathbb{R}^n$ בכיוון וקטור $v \in \mathbb{R}^n$ היא $\nabla_v f = \left. \frac{d}{dt} f \circ \alpha(t) \right|_{t=0}$ כאשר $\alpha(t)$ עקומה המקיימת $\alpha(0) = p, \alpha'(t) = v$. הראו כי אם α מתארת קו ישר בכיוון וקטור v עם $\alpha(0) = p$ אז מקבלת ההגדרה של נגזרת כיוונית מאינפי' 3: $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(p+hv) - f(p)}{h}$.

2

1. הראו כי הנורמל למשטח $ax + by + cz + d = 0$ ($a^2 + b^2 + c^2 > 0$) הוא

$$\frac{1}{\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}} \begin{pmatrix} a \\ b \\ c \end{pmatrix}$$

2. הסיקו כי העתקת ווינגרטן של המישור $ax + by + cz + d = 0$ היא העתקת האפס.

3

נתונה הפונקציה $f(x, y) = 6x^2 + 8xy + 2y^2$.

1. חשבו את העתקת ווינגרטן של הגרף של הפונקציה f בנקודה $p = (0, 0, 0)$.

2. כיצד נראה המשטח בנקודה $p = (0, 0, 0)$?