

## תרגול כיתה 11

$$\begin{cases} y(0) = 0 \\ y'(0) = 1 \\ y''(0) = -1 \end{cases} \quad \text{נתונה המשוואה הדיפרנציאלית } 2y''' - ty'' + \sin t \cdot y' = t^3 \text{ עם תנאי התחלה:}$$

א. כתוב מערכת של משוואות דיפרנציאליות מסדר ראשון השקולה למשוואה הנ"ל.

תשובה:

$$\begin{cases} y_1'(t) = y_2(t) \\ y_2'(t) = y_3(t) \\ y_3'(t) = \frac{1}{2}(ty_2(t) - \sin(t)y_1(t) + t^3) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y_1(t_n) = y_1(t_{n-1}) + hy_2(t_n) \\ y_2(t_n) = y_2(t_{n-1}) + hy_3(t_n) \\ y_3(t_n) = y_3(t_{n-1}) + \frac{h}{2}(t_n y_2(t_n) - \sin(t_n)y_1(t_n) + t_n^3) \end{cases}$$

ב. חשב קירוב ל  $y(1)$  עם  $h = \frac{1}{2}$ .

תשובה:

על פי שיטת אילר:

$$\begin{cases} y_1(h) = y_1(0) + hy_2(0) = h = 0.5 \\ y_2(h) = y_2(0) + hy_3(0) = 1 - h = 0.5 \\ y_3(h) = y_3(0) + \frac{h}{2}(0y_2(0) - \sin(0)y_1(0) + 0) = -1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} y_1(2h) = y_1(h) + hy_2(h) = 0.5 + 0.5 \cdot 0.5 = 0.75 \\ y_2(2h) = y_2(h) + hy_3(h) = 0.5 + 0.5 \cdot (-1) = 0 \\ y_3(2h) = y_3(h) + \frac{h}{2}(hy_2(h) - \sin(h)y_1(h) + h^3) = -1 + 0.25 \cdot 0.125 - 0.9662 \end{cases}$$

תשובה:

$$y(1) = 0.75$$

ג. כתב פקודה ב-MATLAB לפתרון מד"ר הנ"ל.

```
function dy = f(t,y)
dy = zeros(3,1); % a column vector
dy(1) = y(2);
dy(2) = y(3);
dy(3) = 0.5 * (t*y(2) - sin(t) * y(1) + t^3);
```

```
[t, Y] = ode45(@f,[0 1],[0 1 -1],options);
```