

## תורת המספרים (89256) תרגיל 2

1. יהי  $p > 3$  מספר ראשוני. הוכח כי

$$\left(\frac{-3}{p}\right) = \begin{cases} 1 & : p \equiv 1 \pmod{6} \\ -1 & : p \equiv -1 \pmod{6}. \end{cases}$$

2. יהי  $p \notin \{2, 5\}$  מספר ראשוני. הוכח כי

$$\left(\frac{5}{p}\right) = \begin{cases} 1 & : p \equiv \pm 1 \pmod{10} \\ -1 & : p \equiv \pm 3 \pmod{10}. \end{cases}$$

3. מצא את המספרים הראשוניים  $p$  עבורם קיים פתרון לשקילות

$$x^2 + 14x + 79 \equiv 0 \pmod{p}.$$

4. בסעיף השני של השאלה הזאת כדאי להיעזר בסעיף הראשון.

(א) מצא את הסימן  $\left(\frac{-2}{p}\right)$  לכל ראשוני  $p$ .

(ב) הוכח שיש אינסוף מספרים ראשוניים ששקולים ל-3 מודולו 8.

רמז: התבונן במספרים מן הצורה  $N = (p_1 p_2 p_3 \cdots p_n)^2 + 2$ , כאשר  $p_i$  הינו הראשוני ה- $i$ -י.

5. מצא את הפירוק לגורמים ראשוניים של השלם של גאוס  $111 - 27i$ .