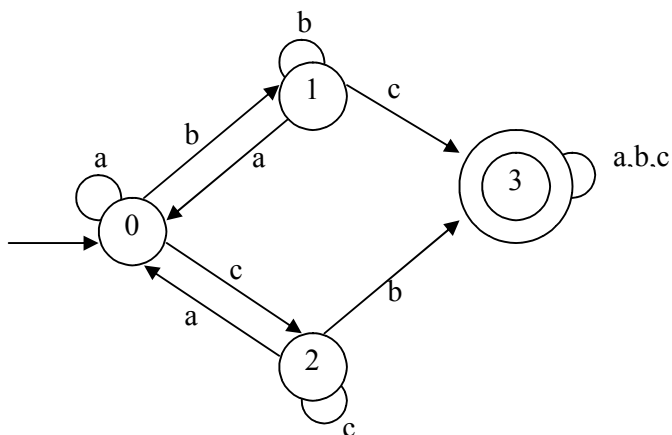


זיכרו, לאחר תאור אוטומט או שפה יש להוכיח באופן מלא ומנומק (קבלה ודחיה) שהאוטומט אכן תואם את השפה הנדרשת או להיפך.

1. מהי השפה אותה מקבל האוטומט הבא? (כתוב כביטוי רגולרי והסבר במילים)

$$\Sigma = \{a, b, c\}$$



$$L = \{wcbw', wbcw' : w, w' \in \Sigma^*\} = \Sigma^* \cdot (cb + bc) \cdot \Sigma^*$$

. הרצף bc או cb

הוכחה:

קבלה: תהי $w' = wcbw' \vee wbcw'$, נקרא את w ונבדוק מה קורה עבור המיקרים בהם תסתיים בכל מצב:

מצב בסוף קריאת w	0	1	2	3
bc	0 → 1 → 3	1 → 1 → 3	2 → 3 → 3	3 → 3 → 3
cb	0 → 2 → 3	1 → 1 → 3	2 → 3 → 3	3 → 3 → 3

כמו כן ברור כי w' תשאיר את המילה במצב המקבל.

דחיה: לא קיים ב- w רצף bc או cb . אם w מאורך 1 אז וודאי שלא תגיע למצב 3. תהי w מאורך $n+1$, נניח כי כל המילים מאורך n ללא רצפים אלו נדחות ונוכיח כי גם כל המילים מאורך $n+1$ ידחו:

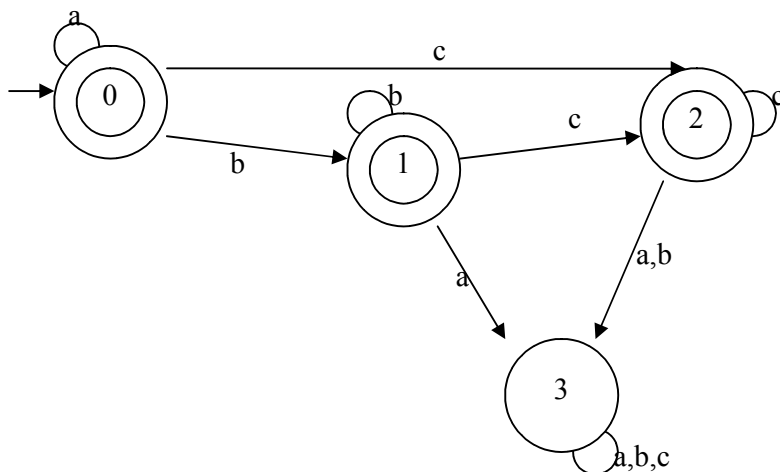
$$w = w'd : |w| = n+1, |w'| = n, d \in \Sigma$$

תסתיים בכל מצב (פרט ל-3, היות וע"ס ההנחה היא נידחית) וכל d אפשרי אחריה:

$d \setminus Q$	0	1	2	3
a	0	0	0	X
b	1	1	לא יתכן כי ניתן להגיע אליו רק ע"י c	
c	2	לא יתכן כי ניתן להגיע אליו רק ע"י b	2	

ולכן נדחית.

2. א. בנה אס"ד המקבל את השפה $L = \{a^i b^j c^k : i, j, k \geq 0\}$, $\Sigma = \{a, b, c\}$

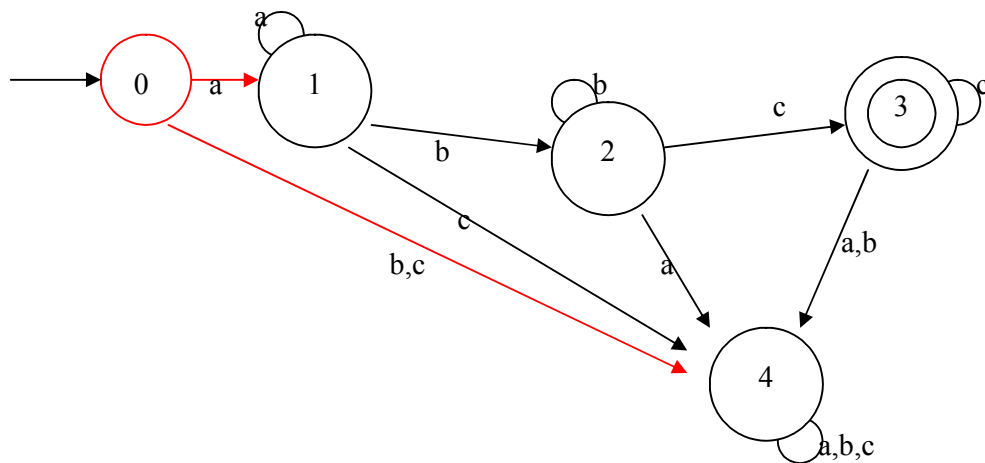


הוכחה:

קבלה: תהי $w = a^i b^j c^k$ אזי המילה תישאר במצב 0 פעמים i , במצב 1 פעמים j ובמצב 2 פעמים k , שם תסתיים קריאתה ולכן תתקבל.

דחייה: תהי $w \notin L$ אזי קיים רצף בו אחרי b מגיע a ואז נגיע מ-1 ל-3, או אחרי c מופיע a או b ואז נגיע מ-2 ל-3 ולכן המילה נדחית.

ב. כיצד ישתנה תיאור האוטומט בסעיף א' את נדרוש $L = \{a^i b^j c^k : i, j, k \geq 1\}$, $\Sigma = \{a, b, c\}$?



הוכחה:

קבלה: תהי $w = a^i b^j c^k$ (לפחות פעם אחת כל אחת) אזי המילה תגיע למצב 1 אחרי הופעת a ושם תישאר i פעמים, תגיע למצב 2 אחרי הופעת b ושם תישאר j פעמים ותגיע למצב 3 אחרי הופעת c ושם תישאר k פעמים, שם תסתיים קריאתה ולכן תתקבל. אין למילה אפשרות להתקדם ל-3 ללא הופעות אלו בניגוד לתרשים הקודם, המסלול מ-0 ל-3 עובר רק דרך 1 ו-2.

דחייה: תהי $w \notin L$ אזי:

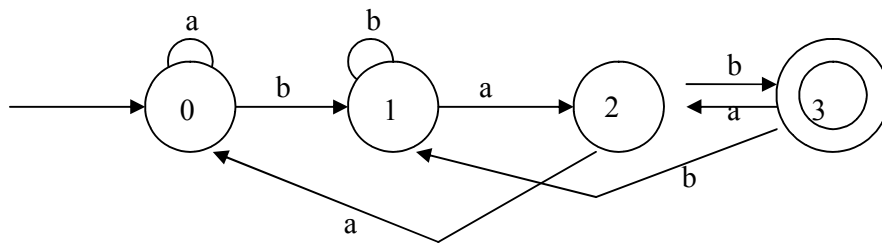
או שחסר a ונישלה מ-0 ל-4, או שאחרי a אין כלום או c ונישאר ב-1 או שנישלה ממנו ל-4, או שאחרי b לא יבוא כלום או a ונישאר ב-2 או שנישלה ממנו ל-4, או שאחרי c יבוא a או b ונישלה ל-4, ולכן המילה נדחית.

ג. רשום ביטוי רגולרי עבור כל אחת מהשפות הקודמות.

א: $L = a^*b^*c^*$

ב: $L = aa^*bb^*cc^*$

3. בנה אס"ד המקבל בדיוק את המילים מעל $\Sigma = \{a, b\}$ המסתיימות ב- bab וכתוב ביטוי רגולרי עבור שפה זו.



הוכחה:

קבלה: תהי $w \in \Sigma^*$ נקרא את w ונבדוק מה קורה עבור המיקרים בהם תסתיים בכל מצב:

מצב w בסיום קריאתה	0	1	2	3
מצב w' בסיום קריאתה	$0 \rightarrow 1 \rightarrow 2 \rightarrow 3$	$1 \rightarrow 1 \rightarrow 2 \rightarrow 3$	$2 \rightarrow 3 \rightarrow 2 \rightarrow 3$	$3 \rightarrow 1 \rightarrow 2 \rightarrow 3$

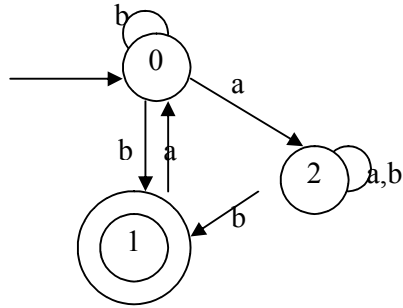
ולכן תתקבל.

דחיה: תהי $w \notin L$ ולכן אלו אפשרויות הסיום שלה ותוצאות קריאתן מכל מצב:

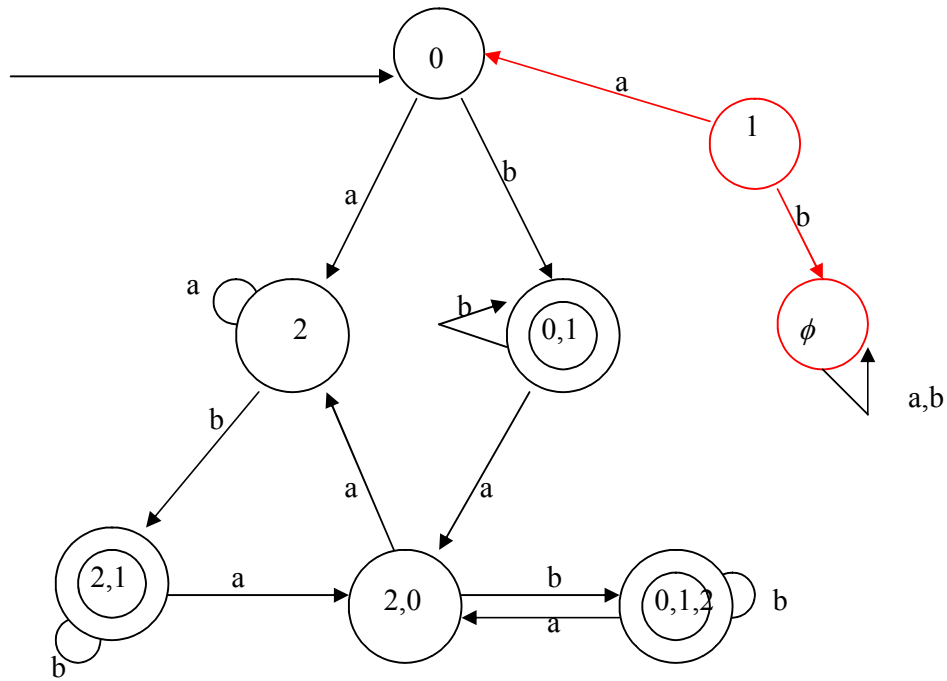
	aaa	aab	aba	abb	baa	bba	bbb
0	0	1	2	1	0	2	1
1	0	1	2	1	0	2	1
2	0	1	2	1	0	2	1
3	0	1	2	1	0	2	1

ולכן נדחית.

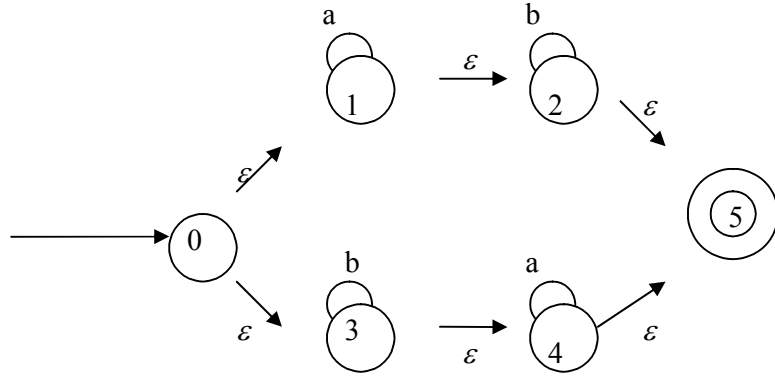
4. עבור האסל"ד הבא מעל $\Sigma = \{a, b\}$ בנה אס"ד שקול (באמצעות אוטומט החזקה)



האסל"ד השקול:



5. א. כתוב ביטוי רגולרי עבור השפה מעל $\Sigma = \{a, b\}$ אשר מילותיה מתחילות ב- b^i ומסתיימות ב- a^j או מתחילות ב- a^i ומסתיימות ב- b^j כאשר $i, j \geq 0$.
- ב. בנה אסל"ד בעל מעברי אפסילון המקבל שפה זו.
- $$L = \{a^i b^j : i, j \geq 0\} \cup \{b^i a^j : i, j \geq 0\} = a^* b^* + b^* a^*$$



ג. בנה אסל"ד ללא מעברי אפסילון השקול לו.

