

217-83-תרגיל 8-פתרון:

1. מצא את הפתרון הכללי (בשלמים) למשוואה  $327x + 870y = 66$ .

$$.x = 88 + 290k, y = -33 - 109k \quad k \in \mathbf{Z}$$

2. מצא את  $d = \gcd(3731, 7894)$  והצג אותו כ  $d = 3731r + 1894s$

$$7894 = 3731 \cdot 2 + 432$$

$$3731 = 432 \cdot 8 + 275$$

$$432 = 275 \cdot 1 + 157$$

$$275 = 157 \cdot 1 + 118$$

$$157 = 118 \cdot 1 + 39$$

$$118 = 39 \cdot 3 + 1$$

$$\begin{aligned} 1 &= 118 - 39 \cdot 3 = 118 - (157 - 118) = 2 \cdot 118 - 157 = 2 \cdot (275 - 157) - 157 = 2 \cdot 275 - 3 \cdot 157 \\ &= 2 \cdot 275 - 3(432 - 275) = 3 \cdot 275 - 3 \cdot 432 = 3 \cdot (3731 - 432 \cdot 8) - 3 \cdot 432 = 3 \cdot 3731 - 27 \cdot 432 \\ &= 3 \cdot 3731 - 27(7894 - 3731 \cdot 2) = 57 \cdot 3731 - 27 \cdot 7894 \end{aligned}$$

3. דני רוצה לשאוב מהבאר 5 ליטר מים, אך ברשותו שני דליים של 13 ו 16 ליטר. איך עליו לעשות זאת?

$$5 = 16 \cdot 6 - 13 \cdot 7$$

4. חשב את :

$$68^{105} \pmod{7} \quad .a$$

פתרון: 6

$$66^{75} \pmod{19} \quad .b$$

פתרון: 2

5. הראה שעבור  $0 \leq a \leq 6$   $a^{67} \equiv a \pmod{7}$ . (רמז: ראשית הראה שעבור כל  $a > 0$   $(a^6 \equiv 1 \pmod{7})$ .)

$$1^6 = 1 \equiv 1 \pmod{7}$$

$$2^6 = 64 \equiv 1 \pmod{7}$$

$$3^6 = (3^2)^3 = 9^3 \equiv 2^3 = 8 \equiv 1 \pmod{7}$$

$$4^6 \equiv (-3)^6 = 3^6 \equiv 1 \pmod{7}$$

$$5^6 \equiv (-2)^6 = 2^6 \equiv 1 \pmod{7}$$

$$6^6 \equiv (-1)^6 = 1 \equiv 1 \pmod{7}$$

$$a^{67} = (a^6)^{11} \cdot a \equiv 1^{11} \cdot a \equiv a \pmod{7} \quad a > 0$$

$$3^6 = (3^2)^3 = 9^3 \equiv 2^3 = 8 \equiv 1 \pmod{7}$$

$$4^6 \equiv (-3)^6 = 3^6 \equiv 1 \pmod{7}$$

$$5^6 \equiv (-2)^6 = 2^6 \equiv 1 \pmod{7}$$

$$6^6 \equiv (-1)^6 = 1 \equiv 1 \pmod{7}$$

6.  $13^{-1} \pmod{25}$  1