

בחינת סיום (מועד א') בקורס
מבנים דיסקרטיים להנדסה (83217)
מרצה: פרופ' רון עדין

משך הבחינה: שעתיים וחצי (150 דקות).
יש לענות על 5 מתוך 6 השאלות. כל השאלות שוות-משקל.
אין להשתמש בחומר עזר (גם לא במחשבון).
מותר להשתמש בכל משפט שנלמד בשעור או בתרגיל. נא להסביר באופן ברור את דרך הפתרון, ולכלול במחברת את כל החישובים הנחוצים. גם לטיוטות יש להשתמש במחברת הבחינה בלבד, בעמודים נפרדים שיסומנו "טיוטה".

מהצחה!

1. תהי G קבוצה עם פעולה בינרית \circ המוגדרת על-ידי:
 $a \circ a = a, a \circ b = b, b \circ a = a, b \circ b = b$
(א) רשמו את כל היחידות הימניות והשמאליות של G .
(ב) האם G אגודה? מונואיד? חבורה? קומוטטיבית? נמקו.
2. תהי G חבורה בת 21 אברים, ותהי H תת-חבורה של G . הוכיחו: אם $H \neq G$ אז H חבורה ציקלית מסדר ראשוני.
3. בכמה דרכים אפשר לצבוע קדקדי משושה משוכלל בצבעים כחול ואדום, אם לא מבחינים בין צביעות הנבדלות זו מזו ע"י סיבוב של המשושה? רשמו במפורש את חבורת הסימטריה הרלבנטית.
4. (א) בעזרת אלגוריתם אוקלידס מצאו, עבור $a = 110, b = 49 \in \mathbb{Z}$ את $\gcd(a, b)$, והביעו אותו כצירוף לינארי של b, a (עם מקדמים ב- \mathbb{Z}).
(ב) מצאו את ההפכי של האיבר $\overline{49}$ בחוג \mathbb{Z}_{110} .
5. תהי $\Sigma = \{a, b\}$. הוכיחו: אין אוטומט סופי המזהה את השפה $L = \{w \in \Sigma^* \mid \#_a(w) = \#_b(w)\}$.
6. תהי $\Sigma = \{a, b\}$. (א) מצאו אוטומט סופי (לא דטרמיניסטי) המזהה את השפה $L = (a\Sigma^*b) \cup (b\Sigma^*a)$.
(ב) מצאו אוטומט דטרמיניסטי השקול לאוטומט הלא-דטרמיניסטי הבא:

