

בחינת סיום (מועד ב') בקורס
מבנים דיסקרטיים להנדסה (83217)
מרצה: פרופ' רון עדין

משך הבחינה: שעתיים וחצי (150 דקות).
יש לענות על 5 מתוך 6 השאלות. כל השאלות שוות-משקל.
אין להשתמש בחומר עזר (גם לא במחשבון).
מותר להשתמש בכל משפט שנלמד בשעור או בתרגיל. נא להסביר באופן ברור את דרך הפתרון, ולכלול במחברת את כל החישובים הנחוצים. גם לטיוטות יש להשתמש במחברת הבחינה בלבד, בעמודים נפרדים שיסומנו "טיוטה".

מהצחה!

1. תהי $G = \{0, 1, 2, 3\}$ עם הפעולה
 $a \circ b := \min(a, b) \quad (\forall a, b \in G)$
(א) רשמו את טבלת הפעולה ומצאו את כל היחידות הימניות והשמאליות של G .
(ב) האם G אגודה? מונואיד? חבורה? קומוטטיבית? נמקו.
2. תהי G חבורה. הוכיחו: הפונקציה $f: G \rightarrow G$ המוגדרת על-ידי
 $f(g) := g^{-1} \quad (\forall g \in G)$
היא איזומורפיזם אם ורק אם G חבורה קומוטטיבית.
3. בכמה דרכים אפשר לצבוע שבעה סוסי עץ המותקנים במעגל (קרוסלה), אם כל סוס נצבע בכחול או בלבן? רשמו במפורש את חבורת הסימטריה הרלבנטית.
4. (א) בעזרת אלגוריתם אוקלידס מצאו, עבור
 $a(x) = x^3 + x^2 + 1, \quad b(x) = x^2 + 1 \in \mathbb{Z}_2[x]$
את $\gcd(a(x), b(x))$, והביעו אותו כצירוף לינארי של $b(x), a(x)$ (עם מקדמים ב- $\mathbb{Z}_2[x]$).
(ב) מצאו את ההפכי של האיבר $\overline{x^2 + 1}$ בשדה $\mathbb{F} = \mathbb{Z}_2[x]/(x^3 + x^2 + 1)$ (אין צורך להוכיח ש- \mathbb{F} שדה).
5. תהי $\Sigma = \{a, b\}$. הוכיחו: אין אוטומט סופי המזהה את השפה $L = \{ww \mid w \in \Sigma^*\}$.
6. תהי $\Sigma = \{a, b\}$.
(א) מצאו אוטומט דטרמיניסטי המזהה את השפה $L = \{a^i b^j (ab)^k \mid i, j, k > 0\}$
(ב) מצאו אוטומט דטרמיניסטי השקול לאוטומט הלא-דטרמיניסטי הבא:

