

**תשובות לבחינות הסיום (מועדים א', ב') בקורס
 מבנים דיסקרטיים להנדסה (83217)
 מרצה: פרופ' רון עדין**

מועד א'

1.

(א)

$$(\mathbb{Z}_2, +_2): \bar{0} \quad \bar{1} \quad (\mathbb{Z}_3, +_3): \bar{0} \quad \bar{1} \quad \bar{2} \quad (\mathbb{Z}_6^\times, \cdot_6): \bar{1} \quad \bar{5}$$

$$\begin{array}{|c|c|c|} \hline \bar{0} & \bar{0} & \bar{1} \\ \hline \bar{1} & \bar{1} & \bar{0} \\ \hline \end{array} \quad \begin{array}{|c|c|c|c|} \hline \bar{0} & \bar{0} & \bar{1} & \bar{2} \\ \hline \bar{1} & \bar{1} & \bar{2} & \bar{0} \\ \hline \bar{2} & \bar{2} & \bar{0} & \bar{1} \\ \hline \end{array} \quad \begin{array}{|c|c|c|} \hline \bar{1} & \bar{1} & \bar{5} \\ \hline \bar{5} & \bar{5} & \bar{1} \\ \hline \end{array}$$

- (ב) כולן חבורות מסדר ראשוני, ולכן ציקליות.
 (ג) חבורות איזומורפות חייבות להיות מאותו סדר. כל שתי חבורות ציקליות מאותו סדר הן איזומורפיות, ולכן (רק) $(\mathbb{Z}_2, +_2) \cong (\mathbb{Z}_6^\times, \cdot_6)$.

2.

- (א) מונואיד קומוטטיבי ($2 = 2^1$ איבר יחידה; $1 = 2^0$ איבר לא הפיך).
 (ב) 2 יחידה דו-צדדית. ההפכי (הדו-צדדל) של $4 = 2^2$ הוא $\sqrt{2} = 2^{1/2}$.

3. חוג קומוטטיבי עם יחידה.

$$13^{-1} - 31^{-1} = 71 - 871 = 206 \quad .4$$

5.

- (א) אס"ד עם 6 מצבים.
 (ב) אס"ד עם 9 מצבים.

6.

- (א) אס"ד עם 3 מצבים.
 (ב) אס"ד עם 6 מצבים.

מועד ב'

1.

(א)

$$(\mathbb{Z}_4, +_4): \begin{array}{c} \bar{0} \quad \bar{1} \quad \bar{2} \quad \bar{3} \\ \begin{array}{|c|c|c|c|} \hline \bar{0} & \bar{0} & \bar{1} & \bar{2} & \bar{3} \\ \hline \bar{1} & \bar{1} & \bar{2} & \bar{3} & \bar{0} \\ \hline \bar{2} & \bar{2} & \bar{3} & \bar{0} & \bar{1} \\ \hline \bar{3} & \bar{3} & \bar{0} & \bar{1} & \bar{2} \\ \hline \end{array} \end{array}$$

$$(\mathbb{Z}_8^\times, \cdot_8): \begin{array}{c} \bar{1} \quad \bar{3} \quad \bar{5} \quad \bar{7} \\ \begin{array}{|c|c|c|c|} \hline \bar{1} & \bar{1} & \bar{3} & \bar{5} & \bar{7} \\ \hline \bar{3} & \bar{3} & \bar{1} & \bar{7} & \bar{5} \\ \hline \bar{5} & \bar{5} & \bar{7} & \bar{1} & \bar{3} \\ \hline \bar{7} & \bar{7} & \bar{5} & \bar{3} & \bar{1} \\ \hline \end{array} \end{array}$$

(ב) $(\mathbb{Z}_4, +_4)$ ציקלית (נוצרת על-ידי $\bar{1}$). $(\mathbb{Z}_8^\times, \cdot_8)$ לא ציקלית (אין איבר מסדר 4).
ג) לא.

2.

(א) מונואיד לא קומוטטיבי.

(ב) ציקלית (וקומוטטיבית). יוצר לדוגמה: $\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$.

3.

(א) חוג קומוטטיבי (בלי יחידה).

(ב) לא חוג (אין חוק פילוג מימין).

4.

(א) $\gcd = x^2 + x + \bar{2}$

(ב) פריק (מתחלק ב- \gcd).

ג) כנ"ל.

5.

(א) אסל"ד עם 2 מצבים.

(ב) אס"ד עם 3 מצבים.

6.

(א) L_1 נוצרת מאטומים (אותיות) על-ידי פעולות שרשור, איחוד, איטרציה והפרש קבוצתי, שכולן שומרות על תכונת הרגולריות של שפה.

(ב) אס"ד עם 3 מצבים.