

**בחינת סיום (מועד א') בקורס**  
**מבנים דיסקרטיים להנדסה (83217)**  
**מרצה: פרופ' רון עדין**

משך הבחינה: שעתיים וחצי (150 דקות).  
יש לענות על 5 מתוך 6 השאלות. כל השאלות שוות-משקל.  
אין להשתמש בחומר עזר, פרט למחשבון פשוט.  
מותר להשתמש בכל משפט שנלמד בשעור או בתרגיל. נא להסביר באופן ברור את דרך הפתרון,  
ולכלול במחברת את כל החישובים הנחוצים. גם לטיוטות יש להשתמש במחברת הבחינה בלבד,  
בעמודים נפרדים שיסומנו "טיוטה".

*בהצלחה!*

1. תהי  $G = \{a, b, c\}$  כאשר

$$a = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad b = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad c = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

(א) רשום את "לוח הכפל" עבור פעולת כפל מטריצות ב- $G$ .  
(ב) האם  $G$  (עם הפעולה הנ"ל) אגודה? קומוטיבית? מונואיד? חבורה?

2. תהי  $G = \{a_1, \dots, a_n\}$  חבורה קומוטיבית, ויהי  $b = a_1 \cdots a_n$ . הוכח כי:

- (א)  $b^2 = e$  (איבר היחידה של  $G$ ).  
(ב) אם אין ב- $G$  איבר מסדר 2 אז  $b = e$ .  
(ג) אם יש ב- $G$  איבר מסדר 2 אז הוא שווה ל- $b$ .

3.

(א) רשום את כל אברי חבורת הסימטריה של מלבן (שאינו ריבוע), הן כתמורות והן כמטריצות מסדר  $2 \times 2$ .  
(ב) סמן את האיברים באותיות, ורשום את טבלת הכפל של החבורה. האם היא קומוטיבית?

4. מצא את המחלק המשותף המירבי (gcd) של האיברים הנתונים בחוג הנתון, ובטא אותו כצירוף לינארי שלהם.

- (א)  $247, 101 \in \mathbb{Z}$ .  
(ב)  $x^3 + 8, x^2 + 5x + 6 \in \mathbb{R}[x]$ .

5. יהי  $\Sigma = \{0, 1\}$ .

(א) הראה שהשפה  $L = \{0^m 10^n \mid m, n \geq 0\}$  היא רגולרית.  
(ב) הוכח שהשפה  $L = \{0^n 10^n \mid n \geq 0\}$  איננה רגולרית.

6.

(א) בנה אוטומט סופי לא דטרמיניסטי (אפשר עם מעברי  $\varepsilon$ ) המקבל את השפה  $L = \{w \in \{0, 1\}^* \mid w \text{ באורך אי-זוגי}\}$   
(ב) בנה אוטומט סופי דטרמיניסטי המקבל את השפה הנ"ל.  
(ג) בדוק את פעולת שני האוטומטים שבנית על מילת הקלט  $11 \notin L$ .