דוגמא:

ISBN - International Standard Book Number

למשל, עבור ספר הלימוד

ISBN 0-534-41911-9

↑ שפה ↑ מו"ל ↑ ספר ↑ ספרת ביקורת (0-9, X)

ISBN - קוד לינארי מעל F_{11} $(=\mathbb{Z}_{11})$

$C \subseteq F_{11}^{10}$

$H = [1\ 2\ 3\ \cdots\ 10]$

כלומר:

$C = \{(x_1,\dots,x_{10}) \in F_{11}^{10} \mid x_1+2x_2+3x_3+\dots+10x_{10} \equiv 0 \pmod{11}\}$

$d(C) = 2$ (מגלה שגיאה אחת)

יתרון מעל קוד בדיקת זוגיות בשם: ISBN מגלה גם החלפה בין שני ספרות (כלשהן).

דוגמא:

מספר ת"ז, מספר כרטיס אשראי.

0→0
1→2
2→4
3→6
4→8
5→1
6→3
7→5
8→7
9→9

[redacted]

1 2 1 2 1 2 1 2 1
3 0 1 4 5 2 8 8 ?
3 0 1 8 5 4 8 7 (1+6)

1 = אין שינוי

2 = הכפל ספרה ב-2 וחבר את (שתי) הספרות.

סכום כל הספרות המשוכללות צ"ל 0 (מודולו 10)

$3+0+1+8+5+4+8+7+? \equiv 0 \pmod{10}$

$? = 4$

הגדרה:

קוד המינג Hamming בינרי ($Ham(r,2)$) הוא קוד עם מבדקת $H \in F_2^{r\times(2^r-1)}$ שעמודותיה שונות זו מזו ומאפס.

(מוגדר היטב עד כדי שקילות)

($q>2$) קוד המינג q-ארי $Ham(r,q)$ הוא קוד מעל F_q עם מבדקת $H \in F_q^{r\times\frac{q^r-1}{q-1}}$ שעמודותיה שונות מאפס, ואינן כפולות בסקלר זו של זו.

(מוגדר היטב עד כדי שקילות)

משפט:

לכל $q \ge 2$, $r \ge 2$ קוד המינג $Ham(r,q)$ הוא קוד מושלם עם מרחק 3.

הוכחה:

$d(C)$ הוא המספר המינימלי של עמודות תלויות במבדקת H. לפי הבניה, אין ב-H עמודת אפסים (ולכן $d>1$) וגם אין שתי עמודות ת"ל (ולכן $d>2$).

מס' העמודות

$\frac{q^r-1}{q-1} \ge \frac{q^2-1}{q-1} = q+1 \ge 3$

ומכיוון שסכום (כל) שתי עמודות שונות הוא לא 0 (משתנה) ולכן הוא עמודה שלישית ב-H (כלומר $d=3$).

מדוע הוא קוד מושלם?

$t = \lfloor \frac{d-1}{2} \rfloor = 1$

$|C| \cdot \sum_{k=0}^{n} \binom{n}{k}(q-1)^k \overset{?}{=} q^n$