

## אלגברה יישומית (88374) \ פרופ' רון עדין בחינת סיום (מועד א')

משך הבחינה: שעתיים וחצי (150 דקות).  
אין להשתמש בכל חומר עזר, פרט למחשבון.  
יש לענות על 5 מתוך 6 השאלות. כל השאלות שוות-משקל.  
נא להסביר ולנמק בבירור את הפתרון, ולכלול במחברת את כל החישובים הנחוצים.

*בהצלחה!*

1. (א) הגדר: הצגת פולינום לפי מקדמים ולפי ערכים.  
(ב) הגדר התמרת פוריה בדידה, DFT (ההתמרה בלבד, לא אלגוריתם לביצועה), והסבר את הקשר בינה לבין סעיף א'.
2. (א) הגדר: מרחק של קוד.  
(ב) הוכח שקוד בעל מרחק  $d$  יכול לתקן עד  $t = \left\lfloor \frac{d-1}{2} \right\rfloor$  שגיאות (ולא יותר).
3. (א) הגדר: קוד דואלי  $C^\perp$  לקוד לינארי  $C$ .  
(ב) הוכח: לכל קוד לינארי  $C$ ,  $(C^\perp)^\perp = C$ .
4. (א) הגדר: קוד מושלם.  
(ב) הוכח: כל קודי המינג  $Ham(r, q)$  (עבור  $r, q \geq 2$ ) הם מושלמים.
5. (א) הוכח: אם  $F$  שדה,  $char(F) = p$ , אז לכל  $t$  טבעי ולכל  $\alpha, \beta \in F$ :  
 $(\alpha + \beta)^{p^t} = \alpha^{p^t} + \beta^{p^t}$ .  
(ב) הראה שאם  $\alpha \in F_{p^n}$  ( $p$  ראשוני) אז ל- $\alpha, \alpha^p, \alpha^{p^2}, \dots$  יש אותו פולינום מינימלי מעל  $F_p$ .
6. (א) נסח (ללא הוכחה) את הקשר בין המרחק המתוכנן למרחק האמיתי של קוד BCH.  
(ב) הוכח שלקוד ריד-סולומון (קוד BCH עם פרמטרים  $d, c, n, q$  כאשר  $c=1, n=q-1$ ) המרחק האמיתי שווה למרחק המתוכנן.