

## אלגברה יישומית (88374) \ פרופ' רון עדין בחינת סיום (מועד ב')

משך הבחינה: שעתיים וחצי (150 דקות).  
אין להשתמש בכל חומר עזר, פרט למחשבון.  
יש לענות על 5 מתוך 6 השאלות. כל השאלות שוות-משקל.  
נא להסביר ולנמק בברור את הפתרון, ולכלול במחברת את כל החישובים הנחוצים.

*בהצלחה!*

.1

- (א) הראה כיצד להכפיל שני מספרים מרוכבים בעזרת פחות מ-4 פעולות כפל של מספרים ממשיים.  
(ב) רשום נוסחה דומה לסעיף א' עבור פולינומים מעל שדה, והסבר כיצד להיעזר בנוסחה זו כדי להכפיל במהירות שני פולינומים.

.2

- (א) הגדר: ערוץ בינרי סימטרי.  
(ב) הוכח שבערוץ בינרי סימטרי, הסתברות המעבר ממלה משודרת  $x$  למלה נקלטת  $y$  תלויה רק במרחק המינג  $d(x, y)$ .

.3

- (א) הגדר: מרחק של קוד.  
(ב) נסח והוכח את הקשר בין מרחק של קוד לינארי לעמודות מטריצת בדיקת הזוגיות שלו.

.4

- (א) הגדר: שקילות של קודים.  
(ב) הוכח שהקודים הלינאריים הבינריים עם מטריצות יוצרות

$$G_1 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad G_2 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

הם שקולים.

.5

- (א) הגדר: קוד ציקלי.  
(ב) הוכח שכל קוד המינג בינרי  $Ham(r, 2)$  שקול לקוד ציקלי.

.6

- (א) הגדר: איבר פרימיטיבי בשדה  $F_q$ .  
(ב) יהי  $\omega \in F_{16}$  איבר עם פולינום מינימלי (מעל  $F_2$ )  $m_\omega(x) = x^4 + x + 1$ . האם  $\omega$  פרימיטיבי? נמק.