

## אלגברה יישומית (88374) \ פרופ' רון עדין בחינת סיום (מועד א')

משך הבחינה: שעתיים וחצי (150 דקות).  
אין להשתמש בכל חומר עזר, פרט למחשבון.  
יש לענות על 5 מתוך 6 השאלות. כל השאלות שוות-משקל.  
נא להסביר ולנמק בבירור את הפתרון, ולכלול במחברת את כל החישובים הנחוצים.

### קהל ציפה!

1. מטריצת הנקל היא מטריצה  $A = (a_{ij})$  מסדר  $n \times n$  המקיימת  $a_{i,j+1} = a_{i+1,j}$  לכל  $1 \leq i, j \leq n-1$ . למשל:

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 4 \\ 3 & 4 & 5 \end{bmatrix}$$

תהי  $A$  מטריצת הנקל מסדר  $n \times n$ . יצג אותה בעזרת וקטור  $a$  באורך  $2n-1$ , והסבר כיצד ניתן לחשב את המכפלה  $Ab$ , עבור וקטור עמודה  $b$  באורך  $n$ , בעזרת פעולות סקלריות (חיבור וכפל) בלבד.  $O(n \log n)$

2. בתחילתו של משחק "מחשבת" פזורים חיילים בחלק מנקודות השריג בחצי המישור התחתון  $\{(x, y) \in \mathbb{Z}^2 \mid y \leq 0\}$ . בכל צעד של המשחק "קופץ" חייל מעל חייל סמוך לו (אופקית או אנכית) ומוריד אותו מהלוח. הוכח שבתנאים אלו לא ניתן להגיע עם חייל לנקודת שריג  $(x, y)$  בגובה  $y = 5$ .

3. נסח והוכח את חסם גילברט-ורשמוב לקוד כללי (לאו דוקא ליניארי).

4. תאר את שיטת ההצפנה RSA. על איזו בעיה קשה היא מסתמכת?

5. יהי  $C$  קוד בינארי ציקלי מאורך 7 עם פולינום יוצר  $g(x) = 1 + x^2 + x^3 + x^4$ .

(א) רשום מטריצה יוצרת עבור  $C$ .

(ב) רשום פולינום יוצר ומטריצה יוצרת עבור הקוד הדואלי  $C^\perp$ . בדוק את תשובתך.

6.

(א) רשום פולינום יוצר לכל אחד מהקודים הטרנאריים (מעל שדה בעל 3 אברים) הציקליים מאורך 4, כולל הקודים הטרבינאליים.

(ב) רשום אורך, מימד, מטריצת בדיקת זוגיות ומרחק עבור קוד המינג טרנארי עם  $(q = 3)$  עם  $r = 2$ . הוכח שקוד זה אינו שקול לקוד ציקלי.