

## מבוא לקומבינטוריקה (88554) \ פרופ' רון עדין בחינת סיום (מועד ב')

משך הבחינה: שעתיים וחצי (150 דקות).  
אין להשתמש בחומר עזר (גם לא במחשבון), פרט לדף-סיכום דו-צדדי בגודל A4.  
יש לענות על 4 מתוך 5 השאלות. כל השאלות שוות-משקל.  
נא להסביר באופן ברור את דרך הפתרון, ולכלול במחברת את כל החישובים הנחוצים.

*מהצחה!*

1.

(א) חשב את המקדם ה- $q$ -בינומי  $\begin{bmatrix} 6 \\ 3 \end{bmatrix}_q$ .

(ב) מצא, בעזרת סעיף א', את מספר הילוכי השריג  $(0,0) \rightarrow (3,3)$  שהשטח מתחתם הוא בדיוק 4 ריבועים. בדוק ע"י חישוב ישיר.

2. פתור את נוסחת-החזרה

$$(n+1)a_n - 2na_{n-1} + (n-1)a_{n-2} = 0 \quad (n \geq 2)$$

עם תנאי ההתחלה

$$a_0 = 3, \quad a_1 = 2$$

3. כמה סדרות באורך  $n$  המורכבות מהספרות 4,3,2,1 מכילות כל אחת מהספרות 3,2,1 לפחות פעם אחת?4. בכמה דרכים ניתן לבחור (בלי חשיבות לסדר)  $n$  כדורים בצבעים אדום, כחול ולבן כך שיהיה מספר זוגי של כדורים אדומים ולכל היותר שלושה כדורים כחולים?

5.

(א) מצא את מספר הפתרונות של המשוואה

$$x_1 + \dots + x_7 = 50$$

כאשר  $x_i$  שלמים אי-שליליים.(ב) מצא את מספר הפתרונות של המשוואה בסעיף א' כאשר  $x_i$  הם שלמים,  $0 \leq x_i \leq 24$  לכל  $i$ .