

מבוא לקומבינטוריקה (88554) \ פרופ' רון עדין בחינת סיום (מועד א')

משך הבחינה: שעתיים וחצי (150 דקות).
מותר להשתמש בדף הנוסחאות המצורף. אין להשתמש בכל חומר עזר אחר (גם לא במחשבון).
יש לענות על 4 מתוך 5 השאלות. כל השאלות שוות-משקל.
נא להסביר ולנמק בבירור את הפתרון, ולכלול במחברת את כל החישובים הנחוצים.

בהצלחה!

1. מצא את מקדם x^{30} בפולינום $(1+x+\dots+x^{12})^{100}$.
2. מהו מספר הילוכי השריג מהנקודה $(0,0)$ לנקודה $(3,6)$ המחלקים את המלבן בגודל 3×6 (שהנקודות הנ"ל הן קודקודים שלו) לשני חלקים בעלי שטחים שווים?
3. מהו מספר הפתרונות של אי-השוויון הלינארי
 $x_1 + \dots + x_{10} \leq 70$
כאשר x_i הם מספרים שלמים, $x_i \geq 2$ לכל i ?
4. האם המקדם המולטינומי $\binom{55}{33,18,4}$ הוא זוגי או אי-זוגי? נמק.
5. הסדרה (a_n) מקיימת את נוסחת-החזרה הלינארית
 $a_n - 3a_{n-1} + 2a_{n-2} = 5 \quad (n \geq 2)$
עם תנאי ההתחלה
 $a_0 = 6, \quad a_1 = 2$
נגדיר
 $b_n := a_{2n} \quad (n \geq 0)$
רשום נוסחת-חזרה לינארית הומוגנית ותנאי התחלה עבור הסדרה (b_n) .