

מבוא לקומבינטוריקה (89254) \ פרופ' רון עדין
תשובות לשאלות בחינה (מועד ב')

.2

(א) פונקציה יוצרת מעריכית: $(e^x)^2 \left(\frac{e^x - e^{-x}}{2}\right)^2 \left(\frac{e^x + e^{-x}}{2}\right)^2$

תשובה: $\frac{6^n - 2 \cdot 2^n + (-2)^n}{16 \cdot 6^n}$

(ב) פונקציה יוצרת מעריכית: $e^{2x} \cdot \frac{e^{2x} - e^{-2x}}{2} \cdot \frac{e^{2x} + e^{-2x}}{2}$

תשובה: $\frac{6^n - (-2)^n}{4 \cdot 6^n}$

.4

(א) 5 (1 מודולו 2, 0 מודולו 5).
(ב) בחזקת 3 (3^3).

.5

(א) כל מספר טבעי ניתן לכתובה באופן יחיד בצורה $2^k m$ כאשר k הוא טבעי או אפס, m טבעי אי-זוגי. עבור מספרים בקבוצה $\{1, \dots, 70\}$ יש 35 אפשרויות עבור m . לכן בתת-קבוצה בגודל 36 יש, לפי עקרון שובך היונים, שני מספרים עם אותו m , והגדול ביניהם הוא כפולה של הקטן בחזקה של 2.
(ב) למשל: $\{36, \dots, 70\}$.

.6 $\binom{509}{9} - \binom{10}{1} \binom{308}{9} + \binom{10}{2} \binom{107}{9}$