

אלגוריתם RSK

תשע"ו

1. בצעו את אלגוריתם RSK ומצאו את זוג הטבלאות (P, Q) עבור:

(א) התמורה $\pi = 45137862 \in S_8$ והתמורה ההפכית π^{-1} .

(ב) המטריצה האי־שלילית $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$ והמטריצה המשוחלפת A^t .

2. עבור התמורה π בשאלה 1 (א) וזוג הטבלאות (P, Q) המתאים, בדקו שאכן $Des(\pi) = Des(Q)$ וגם $Des(\pi^{-1}) = Des(P)$.

3. לפי משפט Schensted (ראו: Sagan, Theorem 3.3.2), אם $\pi \rightarrow (P, Q)$ באלגוריתם RSK אז אורך השורה הראשונה של P (או של Q) שווה לאורך תת־הסדרה העולה הארוכה ביותר של π , ואורך העמודה הראשונה שם שווה לאורך תת־הסדרה היורדת הארוכה ביותר של π . דוגמא: בתמורה $\pi = 21435$, תת־סדרה ארוכה ביותר (לא יחידה!) היא 235, ואורכה 3.

(א) בדקו את המשפט עבור התמורה π בשאלה 1 (א) לעיל, ועבור התמורה ההפכית π^{-1} .

(ב) הוכיחו בעזרתו את משפט Erdős-Szekeres: אם k, m, n מקיימים $n \geq km + 1$, אז בכל תמורה $\pi \in S_n$ יש או תת־סדרה עולה באורך $k + 1$ או תת־סדרה יורדת באורך $m + 1$ (או שתיהן).