

אלגוריתם RSK

תשע"ו

.1

$$(P, Q) = \left( \begin{array}{cccc|cccc} 1 & 2 & 6 & 8 & 1 & 2 & 5 & 6 \\ 3 & 5 & 7 & & 3 & 4 & 7 & \\ 4 & & & & 8 & & & \end{array} \right) : \text{עבור } \pi$$

$$(P, Q) = \left( \begin{array}{cccc|cccc} 1 & 2 & 5 & 6 & 1 & 2 & 6 & 8 \\ 3 & 4 & 7 & & 3 & 5 & 7 & \\ 8 & & & & 4 & & & \end{array} \right) : \text{עבור } \pi^{-1}$$

$$(P, Q) = \left( \begin{array}{ccc|ccc} 1 & 1 & 2 & 1 & 1 & 1 \\ 3 & 3 & & 2 & 2 & \end{array} \right) : \text{עבור } A$$

$$(P, Q) = \left( \begin{array}{ccc|ccc} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 2 \\ 2 & 2 & & 3 & 3 & \end{array} \right) : \text{עבור } A^t$$

$$.2 \quad Des(\pi^{-1}) = Des(P) = \{2, 3, 6\}, \quad Des(\pi) = Des(Q) = \{2, 6, 7\}$$

.3

(א) עבור  $\pi$  (וגם עבור  $\pi^{-1}$ ): תת-הסדרה העולה הארוכה ביותר היא באורך 4, ותת-הסדרה היורדת הארוכה ביותר היא באורך 3.

(ב) בדרך השלילה: תהי  $\pi \in S_n$  תמורה שבה אין תת-סדרה עולה באורך  $k+1$  וגם אין תת-סדרה יורדת באורך  $m+1$ . לפי סעיף א', השורה הראשונה בטבלה  $P$  היא באורך  $k$  לכל היותר, והעמודה הראשונה היא באורך  $m$  לכל היותר. לכן טבלה זו מוכלת במלבן בגודל  $m \times k$ , בניגוד להנחה  $n \geq km + 1$ .