

**נושאים בקומבינטוריקה אלגברית (88958)**  
**תשובות לבחינה לדוגמא**  
**מרצה: פרופ' רון עדין**

1.  $W = \langle s_1, s_2, s_3, s_4, s_5 \mid (s_i s_j)^{m_{ij}} = 1 \rangle$  כאשר

$$M = (m_{ij}) = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 2 & 2 & 2 \\ 3 & 1 & 4 & 2 & 2 \\ 2 & 4 & 1 & 3 & 2 \\ 2 & 2 & 3 & 1 & 3 \\ 2 & 2 & 2 & 3 & 1 \end{pmatrix}$$

2.  $w = s_3 s_2 s_1 s_3 = s_3 s_2 s_3 s_1, l(w) = 4$

3.  $B_4, A_1 \times A_3, A_2 \times A_2, B_3 \times A_1, F_4$ . כולן סופיות.

4.

$$B = \left( -\cos \frac{\pi}{m_{ij}} \right) = \begin{pmatrix} 1 & -1/2 & 0 & 0 & 0 \\ -1/2 & 1 & -1/\sqrt{2} & 0 & 0 \\ 0 & -1/\sqrt{2} & 1 & -1/2 & 0 \\ 0 & 0 & -1/2 & 1 & -1/2 \\ 0 & 0 & 0 & -1/2 & 1 \end{pmatrix}$$

5.

$$\alpha_1 + \alpha_2, \alpha_1 + \alpha_2 + \sqrt{2}\alpha_3, \alpha_2 + \sqrt{2}\alpha_3$$

6.  $w = s_3 s_5 s_4 s_1 s_3$  מקיים:  $l(ws_1) = l(s_3 s_5 s_4 s_3) < l(w)$  ולכן  $w(\alpha_1) < 0$ .

7.  $l(w_i) < l(w_j)$  הוא תנאי הכרחי ל-  $w_i < w_j$  בכל אחד מיחסים אלו, ולכן יש לבדוק

רק את:  $w_1 < w_2, w_1 < w_3$ .

$$w_2 w_1^{-1} = s_1 s_3 s_1 = s_3, w_1^{-1} w_2 = s_2 s_3 s_2$$

לכן  $w_1 < w_2$  ביחס ברוהא חלש שמאלי וביחס ברוהא (חזק).

$$w_3 w_1^{-1} = s_1 s_2 s_3 s_2 s_1, w_1^{-1} w_3 = s_3$$

לכן  $w_1 < w_3$  ביחס ברוהא חלש ימני וביחס ברוהא (חזק).