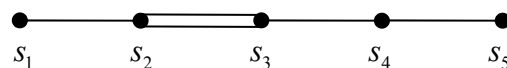


**בחינה לדוגמא בקורס**  
**נושאים בקומבינטוריקה אלגברית (88958)**  
**מרצה: פרופ' רון עדין**

משך הבחינה: שעתיים וחצי.  
יש לענות על כל השאלות.  
אין להשתמש בחומר עזר (גם לא במחשבון).  
מותר להשתמש בכל משפט שנלמד בשעור. נא להסביר באופן ברור את דרך הפתרון,  
ולכלול במחברת את כל החישובים הנחוצים. גם לטיוטות יש להשתמש במחברת  
הבחינה בלבד, בעמודים נפרדים שיסומנו "טיוטה".

*מהצחה!*

לפניכם דיאגרמת דינקין של מערכת קוקסטר  $(W, S)$  מטיפוס  $\tilde{F}_4$ :



1. רשמו את  $W$  בעזרת יוצרים ויחסים.
2. מהו האורך של  $w = s_1 s_3 s_2 s_1 s_2 s_3 \in W$ ? רשמו שתי מלים מצומצמות שונות עבור  $w$ .
3. רשמו את הטיפוס של כל אחת מ-5 תת-החבורות הפרבוליות המקסימליות של  $W$ . אילו מהן סופיות?
4. רשמו במפורש את המטריצה של התבנית הבילינארית המתאימה  $B$  במרחב ההצגה הגאומטרית  $V$ , לפי הבסיס  $\{\alpha_1, \dots, \alpha_5\}$  (שורשים פשוטים).
5. יהי  $\alpha_i$  השורש הפשוט המתאים ל- $s_i$ . רשמו במפורש את השורשים  $s_2(\alpha_1)$ ,  $s_3 s_2(\alpha_1)$ ,  $s_1 s_3 s_2(\alpha_1)$ .
6. האם  $s_3 s_5 s_4 s_1 s_3(\alpha_1)$  הוא חיובי או שלילי? נמקו. (אין צורך לחשב במפורש).
7. יהיו  $w_1 = s_1 s_2$ ,  $w_2 = s_1 s_3 s_2$ ,  $w_3 = s_1 s_2 s_3$   
עבור אילו  $j, i$  מתקיים  $w_i < w_j$  לגבי יחס ברוהא יחס ברוהא חלש ימני? יחס ברוהא חלש שמאלי? נמקו.