

זמן המבחן: שעתיים.
 מותר להשתמש בכל חומר עזר ובמחשב כיס.
 בחלק א' (50% של הציון) יש לענות על כל השאלות (ניקוד כל השאלות בחלק שווה)
 בחלק ב' (50% של הציון) יש לענות על 2 מהשאלות (ניקוד כל השאלות בחלק שווה)

חלק א'

1. אם

$$x(t) = \cos t, \quad y(t) = \sin \frac{t(1-t)}{6}, \quad z(t) = \frac{12t}{t+6},$$

איך משתמשים ב-Matlab למצוא את

$$\int_0^{2\pi} \sqrt{x(t)^2 + y(t)^2 + z(t)^2} dt \quad ?$$

2. אם $x(t), y(t), z(t)$ הם כמו בשאלה 1, איך משתמשים ב-Maple למצוא את הערך הנומרי של

$$\int_0^{2\pi} \sqrt{\left(\frac{dx(t)}{dt}\right)^2 + \left(\frac{dy(t)}{dt}\right)^2 + \left(\frac{dz(t)}{dt}\right)^2} dt \quad ?$$

3. כתוב פונקציה ב-Matlab אשר מקבלת כקלט סקלר p , ומחזירה את הערך המינימלי של הפונקציה

$$f(x, y) = \frac{x^2 + y^2 + px}{\sqrt{1 + (x + 2y)^2 + (x - y)^2}}$$

4. אם

$$f_1(p) = \det \begin{pmatrix} 1 & 2 & p \\ -1 & 2 & -1 \\ 2 & -5 & 4 \end{pmatrix}, \quad f_2(p) = \det \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ -1 & 2 & p \\ 2 & -5 & 4 \end{pmatrix}$$

$$f_3(p) = \det \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ -1 & 2 & -1 \\ 2 & -5 & p \end{pmatrix},$$

איך היית משתמש ב-Matlab לייצר גרפים של $f_1(p), f_2(p), f_3(p)$, על אותם הצירים, עבור p בקטע $[-2, 2]$?

5. הסבר את פקודות ה-Maple המופיעות בקטע קוד למטה. איזה כלל מאלגברה ליניארית מודגם בשורה האחרונה ?

```
[ > with(LinearAlgebra):
> A:=<<1,3,4>|<2,t,-2>|<2,-1,3>>;
                                     [ 1  2  2 ]
                                     [ 3  t -1 ]
                                     [ 4 -2  3 ]
                                     A :=
> Determinant(A);
                                     -5t-40
> B:=subs(t=-8,A);
                                     [ 1  2  2 ]
                                     [ 3 -8 -1 ]
                                     [ 4 -2  3 ]
                                     B :=
> ColumnSpace(B);
                                     [ [ 1 ] [ 0 ] ]
                                     [ [ 0 ] [ 1 ] ]
                                     [ [ 13 ] [ 5 ] ]
                                     [ [ 7 ] [ 7 ] ]
> v1:=<5,-13,0>; v2:=<5,-12,0>;
                                     [ 5 ]
                                     [ -13 ]
                                     [ 0 ]
                                     v1 :=
                                     [ 5 ]
                                     [ -12 ]
                                     [ 0 ]
                                     v2 :=
> LinearSolve(B,v1); LinearSolve(B,v2);
                                     [ 1 -_t0_3 ]
                                     [ 2 - 1/2 -_t0_3 ]
                                     [ -_t0_3 ]
Error, (in LinearAlgebra:-LA_Main:-LinearSolve) inconsistent system
```

1. (א) כתוב פונקציה ב- Matlab אשר מקבלת כקלט מטריצה M , ומחזירה כפלט את המטריצה שמקבלים מ- M על ידי החלפת הרכיב הכי קטן שלה ב-0. (הרכיב הכי קטן של M הוא המספר הכי קטן - בערך מוחלט - שמופיע ב- M , למעט 0. אם יש יותר ממספר אחד כזה, יש לבחור אחד מהם.)

(ב) בתהליך של "נקיון מטריצה" מחליפים כמה שאפשר רכיבים קטנים במטריצה ב-0, כל עוד שלא עושים שינוי של מעל אחוז אחד בערך עצמי הכי גדול של המטריצה. העזר בפונקציה שכתבת בסעיף הקודם לבנות פונקציה המבצעת ניקיון מטריצה.

2. כתוב פרוצדורה ב- Maple אשר מקבלת כקלט שתי מטריצות A, B , מגודל 2×2 , עם רכיבים שלמים, ומחזירה את הערכים של θ שבהם יש לפונקציה

$$f(\theta) = \text{Trace}(MM^T)$$

נקודות קריטיות. כאן

$$M = A \begin{pmatrix} \cos \theta & \sin \theta \\ -\sin \theta & \cos \theta \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} \cos \theta & \sin \theta \\ -\sin \theta & \cos \theta \end{pmatrix} B$$

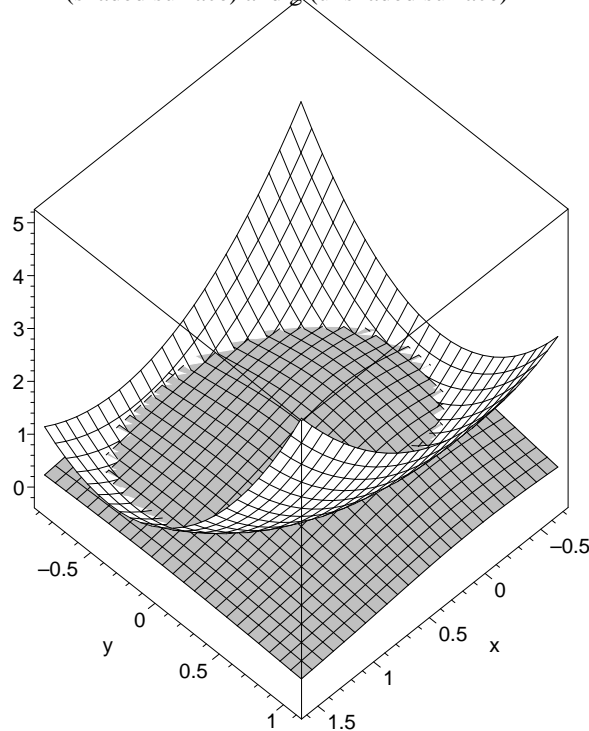
יש להניח שניתן למצוא את הערכים האלה באופן מדויק.

איך ניתן לשפר את הפרוצדורה כדי למצוא לא רק את הנקודות הקריטיות, אלה גם לזהות את המינימומים ואת המקסימומים ?

3. הפונקציות f, g , של שני משתנים, מוגדרות על ידי

$$f(x, y) = \frac{1}{1 + x^2 + y^2}, \quad g(x, y) = x^2 + 2y^2 + xy - y$$

f (shaded surface) and g (unshaded surface)



רואים מהגרף שלכל זווית θ קיים $r(\theta) > 0$ כך ש-

$$f(r(\theta) \cos \theta, r(\theta) \sin \theta) = g(r(\theta) \cos \theta, r(\theta) \sin \theta)$$

(א) כתוב פרוצדורה ב- Maple אשר מוצאת, ל- θ נתונה, את הערך הנומרי של $r(\theta)$, וגם את הערך הנומרי של

$$F(\theta) = f(r(\theta) \cos \theta, r(\theta) \sin \theta)$$

(ב) איך היית מייצר, על אותם הצירים, את הגרפים של $r(\theta)$ ו- $F(\theta)$?

(ג) איך היית מוצא, בעזרת Maple, את הערך המינימלי של $r(\theta)$?

4. הפונקציות f, g מוגדרות כמו בשאלה 3 למעלה (ראה גם את הגרף).

(א) כתוב פונקציה ב- Matlab אשר בודקת, ל- x ו- y נתונים, האם $f(x, y) > g(x, y)$ או לא (מומלץ שהפונקציה תחזיר 1 אם כן, ו-0 אם לא).

(ב) העזר בפונקציה שלך מהסעיף הקודם לכתוב פקודות לחשב את

$$\int \int_D (f(x, y) - g(x, y)) \, dx dy$$

כאשר D הוא התחום שבו $f(x, y) > g(x, y)$.