

זמן המבחן: שעתיים.

מותר להשתמש בכל חומר עזר ובמחשב כיס.

בחלק א' (60% של הציון) יש לענות על כל השאלות. ניקוד כל השאלות בחלק שווה.

בחלק ב' (40% של הציון) יש לענות על 2 מתוך 3 השאלות. ניקוד כל השאלות בחלק שווה. יש לנמק היטב כל תשובה.

חלק א'

1. כתוב את הפקודות המתאימות ב-Matlab לפתור את המערכת הליניארית

$$\begin{pmatrix} 1 & -7 & 2 \\ 2 & 0 & 4 \\ -5 & 3 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -3 \\ 1 \\ 6 \end{pmatrix}$$

איך ניתן לדעת האם הפתרון הוא יחיד?

2. כתוב פרוצדורה ב-Maple אשר, בהנתן 2 מספרים חיוביים  $a, b$ , ועוד מספר ממשי כל שהוא  $x$ , יחשב באופן נומרי את הסכום

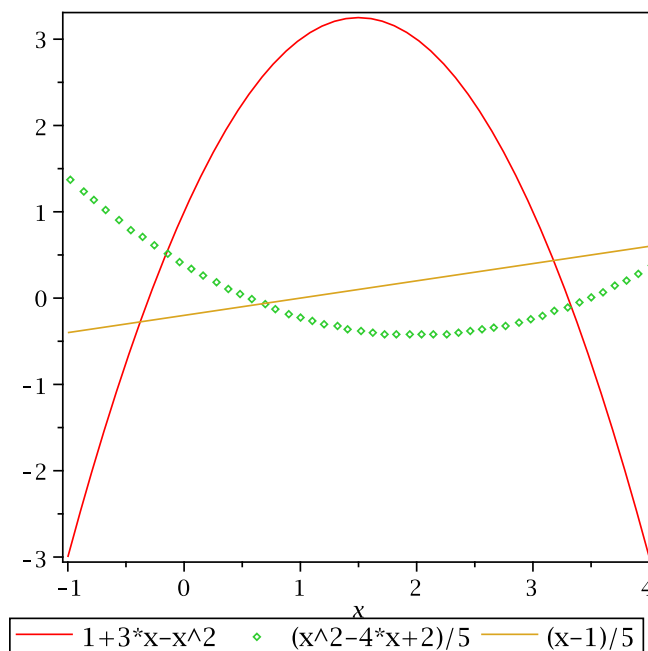
$$\sum_{n=1}^{100} \frac{x^n}{a(a+1)(a+2)\dots(a+n)b(b+1)(b+2)\dots(b+n)}$$

3. איך ניתן למצוא ב-Matlab את הערכים של  $x, y, z$  שבהם הפונקציה

$$f(x, y, z) = \frac{x + 2y + 3z}{1 + x^2 + y^4 + z^6}$$

היא מינימלית? יש למצוא את  $x, y, z$  ל-8 ספרות דיוק.

4. למטה מופיע שרטוט של 3 הפונקציות  $\frac{1}{5}(x-1)$ ,  $\frac{1}{5}(x^2 - 4x + 2)$ ,  $1 + 3x - x^2$ . איך היית משתמש ב-Maple למצוא את השטח העליון החסום על ידי הגרפים של 3 הפונקציות? יש למצוא תשובה מדוייקת.



5. חזור על שאלה 4, אבל הפעם יש להשתמש ב-Matlab ולמצוא תשובה מקורבת.

6. איך, ב- Maple היית מוצא את הערך של  $t$  כך שיש למטריצה

$$\begin{pmatrix} t & 2 & 1 \\ 2 & 3 & -1 \\ 1 & -1 & 5 \end{pmatrix}$$

ערך עצמי 3? איך היית מוצא את שאר הערכים עצמיים כאשר  $t$  מקבל ערך זה?

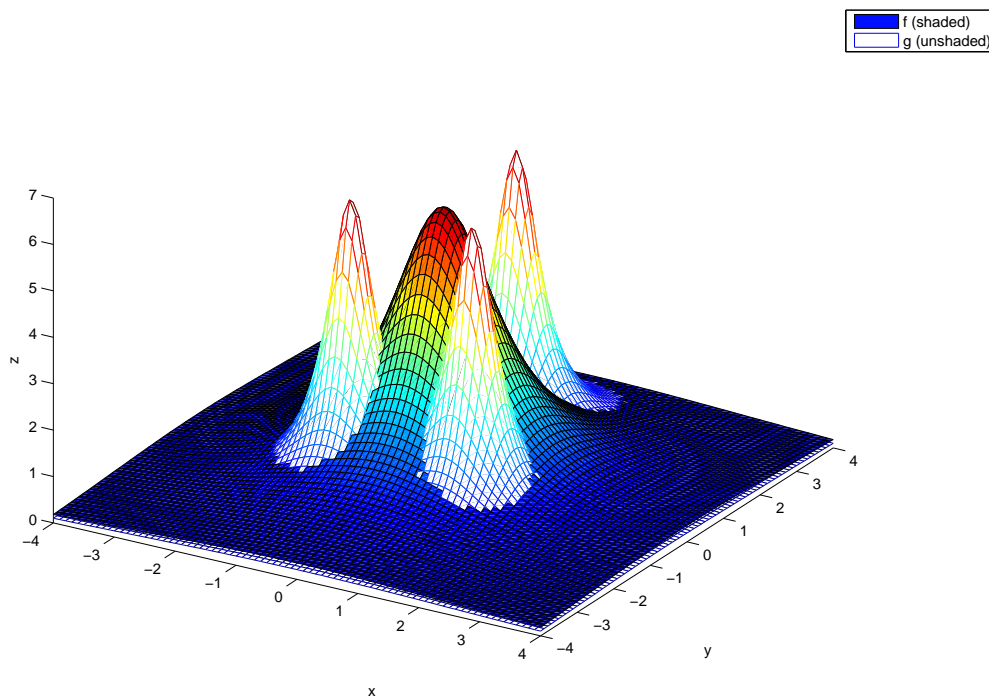
חלק ב'

1. אם

$$f(x, y) = \frac{6}{1 + x^2 + y^2}$$

$$g(x, y) = \frac{1}{\frac{1}{6} + x^2 + (y - 2)^2} + \frac{1}{\frac{1}{6} + (x + 1)^2 + (y - \frac{\sqrt{3}}{2})^2} + \frac{1}{\frac{1}{6} + (x - 1)^2 + (y - \frac{\sqrt{3}}{2})^2}$$

אזי המשטח  $z = f(x, y)$  הוא באופן כללי גבוה מהמשטח  $z = g(x, y)$ , למעט בסביבה של 3 "שפיצים" של המשטח השני, ראה באיור



איך ניתן למצוא ב-Matlab את הנפח בכל שפיץ שהוא מעל  $z = f(x, y)$  ומתחת ל-  $z = g(x, y)$ ?

2. נתונות ב-Matlab שתי קבוצות של נקודות,  $P = \{P_1, \dots, P_n\}$  ו-  $Q = \{Q_1, \dots, Q_m\}$ , בצורה של שתי מטריצות

$$P = \begin{pmatrix} x_1 & y_1 \\ x_2 & y_2 \\ \vdots & \vdots \\ x_n & y_n \end{pmatrix}$$

$$Q = \begin{pmatrix} X_1 & Y_1 \\ X_2 & Y_2 \\ \vdots & \vdots \\ X_m & Y_m \end{pmatrix}$$

כתוב פקודות ב- Matlab

(א) למצוא את הנקודה ב-  $P$  ואת הנקודה ב-  $Q$  אשר יש ביניהם מרחק מקסימלי.

(ב) למצוא את הנקודה ב-  $P$  ואת הנקודה ב-  $Q$  אשר יש ביניהם מרחק מינימלי.

(ג) לצייר על גרף את כל הנקודות, עם צבעים שונים לנקודות של  $P$  ולנקודות של  $Q$ , ולחבר בין הזוגות שמצאת בסעיפים א' ו-ב' בקווים ישרים.

3. כדי למצוא ב- Maple את החיתוך של שתי העקומות

$$2x^2 + 3xy + 4y^2 - 7x + 8y + 5 = 0$$

$$6x^2 + xy - 7y^2 + 2x + 2y + 1 = 0$$

עשיתי כדלהלן:

```
> q1:=2*x^2 + 3*x*y + 4*y^2 - 7*x + 8*y + 5 ; q2:=6*x^2 + x*y - 7*y^2 + 2*x + 2*y + 1 ;
```

$$q1 := 2x^2 + 3xy + 4y^2 - 7x + 8y + 5$$

$$q2 := 6x^2 + xy - 7y^2 + 2x + 2y + 1$$

(1)

```
> fsolve( {q1=0,q2=0}, {x,y} );
```

$$\{x = 5.428740907, y = -4.688239569\}$$

(2)

כמו שרואים זה רק נתן נקודת חיתוך אחת. לכן עשיתי את הדבר הבא:

```
> X:=solve( 6*q1-2*q2=0, x );
```

$$X := -\frac{14 + 19y^2 + 22y}{-23 + 8y}$$

(1)

```
> Ys:=[fsolve( numer( simplify( subs( x=X, q1 )))=0, y)];
```

$$Ys := [-4.688239569, -0.4179329091]$$

(2)

```
> for i from 1 to nops(Ys) do
```

```
>     print( [subs(y=Ys[i],X), Ys[i] ] );
```

```
> end do;
```

$$[5.428740909, -4.688239569]$$

$$[0.3083940151, -0.4179329091]$$

(3)

וכמו שרואים זה נתן לי עוד נקודה.

(א) הסבר את הפקודות האלה. (הפקודה numer מוצא את המונה של שבר)

(ב) כתוב פרוצדורה אשר מקבלת כקלט שתי עקומות ריבועיות

$$A_1x^2 + 2B_1xy + C_1y^2 + D_1x + E_1y + F_1 = 0$$

$$A_2x^2 + 2B_2xy + C_2y^2 + D_2x + E_2y + F_2 = 0$$

ומוצאת את נקודות החיתוך שלהן.

(ג) הרחב את הפרוצדורה לתת גם ציור של שתי העקומות והחיתוך שלהן.