

זמן המבחן: שעתיים.
 מותר להשתמש בכל חומר עזר ובמחשב כיס.
 בחלק א' (50% של הציין) יש לענות על כל השאלות. ניקוד כל השאלות בחלק שווה.
 בחלק ב' (50% של הציין) יש לענות על 2 מתוך 3 השאלות. ניקוד כל השאלות בחלק שווה.
 יש לנמק היטב כל תשובה.

חלק א'

1. כתוב פונקציה ב- Matlab אשר מקבלת כקלט ווקטור $v = (v_1, v_2, \dots, v_n)$ ומחזירה כפלט את הווקטור w בעל אורך $n - 4$ עם רכיבים

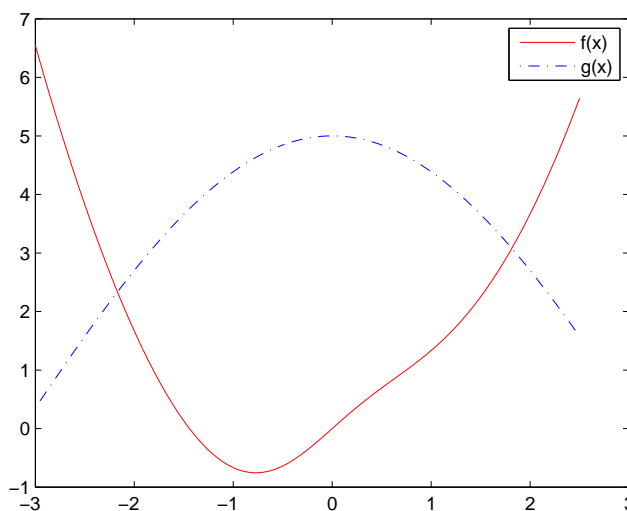
$$w_i = \frac{1}{5} (v_i + v_{i+1} + v_{i+2} + v_{i+3} + v_{i+4}) , \quad i = 1, 2, \dots, n - 4$$

2. כתוב פרוצדורה ב- Mupad אשר מקבלת כקלט רשימה $v = [v[1], v[2], \dots, v[n]]$ ומחזירה כפלט את הרשימה w בעלת אורך $n - 4$ עם רכיבים

$$w[i] = \frac{1}{5} (v[i] + v[i + 1] + v[i + 2] + v[i + 3] + v[i + 4]) , \quad i = 1, 2, \dots, n - 4$$

3. למטה מופיעים גרפים של שתי הפונקציות

$$f(x) = \frac{x^4 + 3x}{x^2 + 2} , \quad g(x) = 5 \cos \frac{x}{2}$$



כתוב פקודות ב- Matlab למצוא

- (א) את (קואורדינטות ה- x של) שתי נקודות החיתוך של שני הגרפים.
- (ב) את השטח החסום על ידי שני הגרפים.
- (ג) את המרחק האנכי הכי גדול בין שני הגרפים בתחום בין שתי נקודות החיתוך.

4. כתוב את הפקודות הרלוונטיות לפתור את השאלה הקודמת ב-Mupad. מספיק למצוא תשובות נומריות, לא ניתן למצוא את נקודות החיתוך באופן אנליטי.

5. כתוב פונקציה ב-Matlab אשר יחשב את

$$f(p) = \int \int_D e^{-x^2-y^2} dx dy$$

כאשר התחום D הוא המשולש $\{(x, y) | x > 0, y > 0, x + y < p\}$. (כאן p הוא תמיד חיובי).

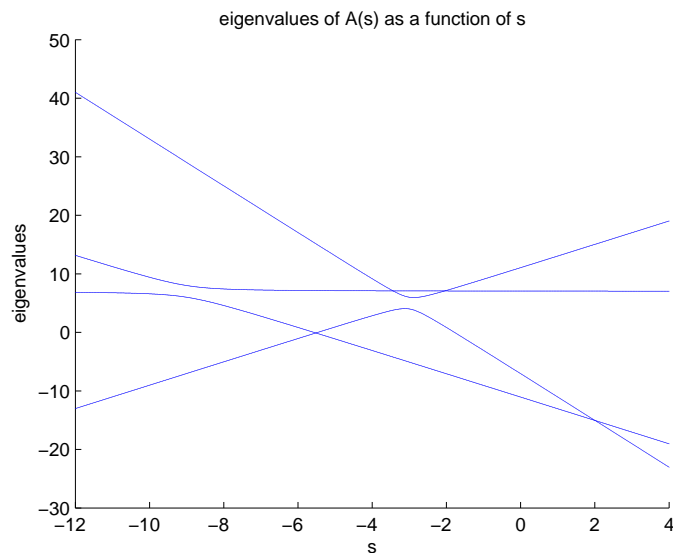
חלק ב'

1. (א) איך היית משתמש ב-Matlab לצייר (על אותם צירים) גרפים של ארבעת הערכים העצמיים של המטריצה

$$A(s) = \begin{pmatrix} -s & 2s+9 & 3 & s \\ 2s+9 & -s & s & 1 \\ 3 & s & -s & 2s+9 \\ s & 1 & 2s+9 & -s \end{pmatrix}$$

כפונקציות של s ?

(ב) למטה מופיעים גרפים של הערכים העצמיים של המטריצה $A(s)$ כפונקציות של s :



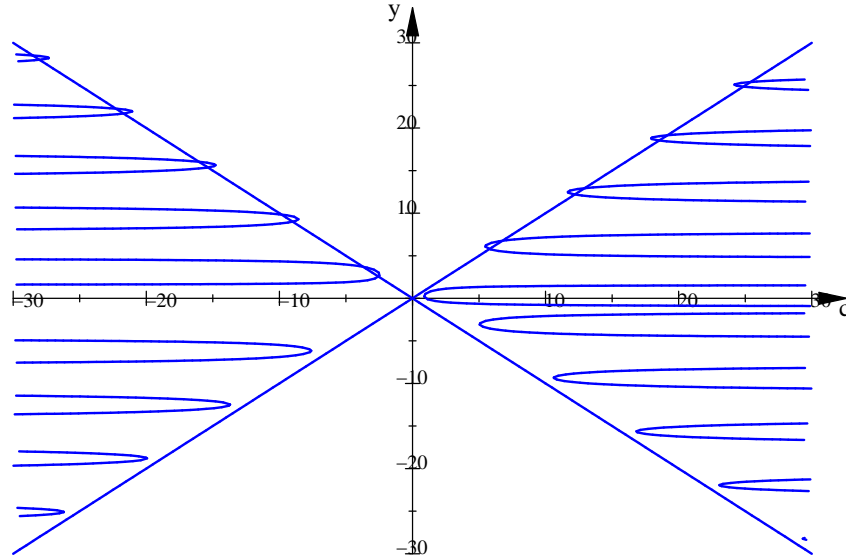
איך היית משתמש ב-Matlab למצוא את השטח החסום בין הגרף של הע"ע הכי הגדול ובין הגרף של הע"ע השני בגודלו, ואת השטח החסום בין הגרף של הע"ע השלישי בגודלו והגרף של הע"ע הכי קטן ?

(ג) איך היית משתמש ב-Matlab למצוא את הערך של s שעבורו ההפרש בין הע"ע השני בגודלו והע"ע השלישי בגודלו הוא הכי קטן ?

2. (א) ב- Mupad כתבתי את הפקודות

```
qq1:=plot::Implicit2d( c*(1+y)*cos(y)=1+y^2, c=-30..30, y=-30..30);  
qq2:=plot::Function2d(c, c=-30..30);  
qq3:=plot::Function2d(-c, c=-30..30);  
plot(qq1,qq2,qq3)
```

וקבלתי את הגרף הזה:



הסבר את הפקודות האלה.

(ב) כתוב פונקציה ב- Matlab אשר מקבל כקלט ערך של המשתנה c ומחזיר כפלט את כל הפתרונות y של המשוואה

$$c(1 + y) \cos y = 1 + y^2$$

יש להעזר בגרף בסעיף הקודם להחליט, לכל c נתון, בערך כמה ערכים של y מחפשים, ובערך איפה הם נמצאים, ועל סמך זה לבנות את הפונקציה.

3. (א) הפרוצדורה $\text{rat}(N,x)$ למטה מוצאת את השבר עם מכנה N הכי קרוב למספר נתון x . הסבר איך היא עובדת. האם היא תמיד נותנת את התשובה היחידה?

```
rat:=proc(N,x)
  local f;
  begin
    f:=floor(N*x);
    if N*x-f<1/2 then
      return(f/N);
    else
      return((f+1)/N);
    end_if;
  end_proc
```

(ב) הפרוצדורה $\text{bestrat}(N,x)$ למטה מוצאת את השבר עם מכנה קטן או שווה ל- N הכי קרוב למספר נתון x . הסבר איך היא עובדת. למה ניתן להגביל את הלולאה לרוץ מ- $\text{floor}(N/2)$ עד N (במקום מ-1 עד N)?

```
bestrat:=proc(N,x)
  local i,d,dnew,app,appnew;
  begin;
    d:=1;
    for i from 1 to N do
      appnew:=rat(i,x);
      dnew:=abs(appnew-x);
      if dnew<d then
        d:=dnew;
        app:=appnew;
      end_if;
    end_for;
    return(app);
  end_proc
```

(ג) בהנתן x , אומרים ששלם $N > 1$ הוא מכנה טוב ל- x אם $\text{bestrat}(N,x) \neq \text{bestrat}(N-1,x)$. (הוא תמיד מכנה טוב.) כתוב פקודות למצוא כל מכנה טוב של מספר נתון x עד 1000. יש לנסות לעשות כן ללא חישובים מיותרים. הערה: הפקודה denom מוצא מכנה של שבר.

בהצלחה!