

1. פתור את המשוואות הבאות. יש להעזר ב-Matlab למצוא את כל השורשים ל-3 ספרות דיוק (כולל שורשים מרוכבים), וגם לבדוק האם ניתן למצוא שורשים מדוייקים ב-Mupad

$$\begin{aligned} x^4 + 12x^3 - 4x^2 + 3x &= 0 \\ x^4 + 12x^3 + 16x^2 + 3x &= 0 \\ x^4 + 12x^3 + 16x^2 + 3x + 3 &= 0 \\ x^6 - 4x^5 + 3x^3 + x^2 + x - 1 &= 0 \\ 4x^4 - 10x^3 - 6x^2 + 18x - 6 &= 0 \end{aligned}$$

2. כתוב פונקציה ב-Matlab אשר מקבלת כקלט ווקטור

$$c = [c(1)c(2)\dots c(n)]$$

ומחזיר את כל הנקודות הקריטיות של הפולינום

$$p(x) = c(1)x^{n-1} + c(2)x^{n-2} + \dots + c(n-1)x + c(n)$$

על הפונקציה להחזיר את הנקודות x שבהם $p'(x) = 0$, וגם את הערכים של $p(x)$ בנקודות אלו. (תוספות לאוהבי המקצוע: שהפונקציה תציין איזה מהנקודות הם בוודאי מקסימום ואיזה בוודאי מינימום)

יש להשתמש בפונקציה שבנית למצוא את הנקודות הקריטיות של הפולינומים בשאלה 1. בדוק את התוצאות, וקבל תוצאות מדוייקות, אם אפשר, ב-Mupad.

3. לפונקציות הבאות. מצא גרף של כל פונקציה ופונקציה בקטע המצויין (אם צריך, יש לתת יותר מגרף אחד כדי לראות את כל הפרטים המעניינים), ומצא, באופן נומרי, את השורשים ואת הנקודות הקריטיות של כל פונקציה בקטע המצויין. יש לעבוד ב-Mupad.

$$\begin{aligned} f(x) &= 2x^2 + \frac{\sin(3x)}{1 + 2x^2} & -5 < x < 5 \\ f(x) &= \frac{x \cos(2x) - 3}{1 + e^{2x}} & -5 < x < 5 \\ f(x) &= e^x - 1 - \sin x & -50 < x < 1 \end{aligned}$$

4. העזר ב-Mupad למצוא את הפתרונות למערכות המשוואות הבאות. יש לתת פתרונות מדוייקים כאשר אפשר, ופתרונות נומריים אחרת, אבל בכל מקרה יש להקפיד לתת את כל הפתרונות. למה לכל המערכות האלה ניתן לדעת כמה פתרונות יש?

$$\begin{cases} x^2 + y^2 = 1 \\ 6x + y = 3 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x^4 + y^4 = \frac{3}{4} \\ 6x + y = 3 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x^2 + y^2 = 1 \\ x^4 + y^4 = \frac{3}{4} \end{cases}$$

העזר בתוצאות שקבלת במקרה של הפונקציה האחרונה לפתור את המערכת

$$\begin{cases} x^2 + y^2 = 1 \\ x^4 + y^4 = \frac{3}{4} + \frac{1}{3} \sin xy \end{cases}$$

(בסעיף זה ניתן לעבוד או ב-Mupad או ב-Matlab) במקרה הזה, האם ניתן להיות בטוח שמצאת את כל הפתרונות?

5. מצא מינימומים לפונקציות הבאות:

$$f(x, y) = x^2 + \sin xy + y^4$$

$$f(x, y) = \frac{x^2 - y^2 + 3xy}{(1 + x^2 + y^2)^2}$$

לשתי הפונקציות: (א) תן הסבר למה סביר שיש לפונקציה מינימום, (ב) מצא את המינימום בעזרת Matlab.

6. כתוב פונקציה ב-Matlab אשר מקבלת כקלט שני ווקטורים x ו- y מאותו אורך n , ומחזירה כקלט את הערכים של a ו- b (סקלרים) כך שהפונקציה

$$S(a, b) = \sum_{i=1}^n (y(i) - ae^{bx(i)})^2$$

היא מינימלית. הפעל את הפונקציה שבנית למקרה

$$x = [0 \quad 1 \quad 2 \quad 3 \quad 4 \quad 5 \quad 6 \quad 7 \quad 8 \quad 9 \quad 10]$$

$$y = [0.818 \quad 0.594 \quad 0.465 \quad 0.329 \quad 0.245 \quad 0.206 \quad 0.146 \quad 0.098 \quad 0.098 \quad 0.089 \quad 0.035]$$

7. כתוב פונקציה ב-Matlab אשר מקבלת כקלט מספר p ומחזירה כקלט את הערך המינימלי של

$$f_p(x(1), x(2), x(3)) = x(1)^2 + px(2)^2 - \sin(x(1)x(2)) - \sin(x(1)x(3)) + x(3)^4$$

השתמש בפונקציה שכתבת למצוא ערך של p כך שהערך המינימלי הוא -0.02 . שדרג את הפונקציה שכתבת כך שהיא גם תעבוד במקרה שהקלט p הוא ווקטור (הפונקציה החדשה צריכה למצוא את המינימום לכל ערך של הקלט - כלומר, לעבוד "רכיב-רכיב"). העזר בזה לייצור גרף של הערך המינימלי, כפונקציה של p , בקטע $[1, 5]$.

צייר גם גרף של הערך המינימלי כפונקציה של p עבור p בקטע $[0, 1]$, ומצא p כך שהערך המינימלי הוא -0.5 .