בס"ד

<u>שימושי מחשבים במתמטיקה 88-151</u>

<u>תרגילים 4</u>

1. העזר בפקודה intlib::byparts ב- Mupad (עם עוד פקודות, לפי הצורך) להסביר איך מגיעים לתשובות לאנטגרלים הבאים:

   (א) $\int x^2 e^x dx$ (מומלץ לבצע אנטגרציה ל e^x).

   (ב) $\int x^3 e^{x^2} dx$ (מומלץ לבצע אנטגרציה ל xe^{x^2}).

   (ג) $\int x^3 (\ln x)^3 dx$ (מומלץ לבצע אנטגרציה ל x^3).

   (ד) $\int x^8 \arctan(x) dx$ (מומלץ לבצע אנטגרציה ל x^8).

2. מצא את הפירוקים לשברים חלקיים של

$$\frac{1}{(1+x^2)(1+\epsilon+x^2)} \qquad \text{-ו} \qquad \frac{1}{(1+x^2)^2}$$

(ϵ מספר חיובי כל שהוא). בדוק שמקבלים את התשובה השנייה מהתשובה הראשונה בגבול $\epsilon \to 0$. העזר בתשובות למצוא את האינטגרלים

$$\int \frac{dx}{(1+x^2)(1+\epsilon+x^2)} \qquad \text{-ו} \qquad \int \frac{dx}{(1+x^2)^2}$$

בדוק שמקבלים את האינטגרל השני מהאינטגרל הראשון בגבול $\epsilon \to 0$.

3. יהא

$$y(x,p) = 1 + \frac{1}{2}x^2 + \sin(px)$$

ויהא

$$Y(p) = \min_x y(x,p)$$

כלומר $Y(p)$ הוא הערך הכי קטן של $y(x,p)$ כאשר עושים מינימיזציה על x.

   (א) צייר גרף של $Y(p)$ בקטע $-3 < p < 3$

   (ב) מצא את

$$\int_{-3}^{3} Y(p) dp$$

ל-3 ספרות דיוק.

4. אם $x(p)$ מוגדרת, כפונקציה של p, כפתרון המשוואה

$$x + \frac{1}{2}\sin(px) = 5$$

   (א) צייר גרף של $x(p)$ בקטע $-\pi < p < \pi$

   (ב) מצא את

$$\int_{-\pi}^{\pi} x(p) dp$$

ל-3 ספרות דיוק.

5. (א) מצא את המינימום של הפונקציה

$$f(p) = \int_{-1}^{1} \left(p - e^{p \sin x}\right)^2 dx$$

(ב) מצא את המינימום של הפונקציה

$$A(c) = \int_{-1}^{1} 2 + \cos(c \sin x) \; dx$$

(ג) מצא את המינימום של הפונקציה

$$V(c) = \int_{-1}^{1} (2 + \cos(c \sin x))^2 \; dx$$

(ד) מצא את הערך של c כך ש

$$L(c) = 10$$

כאשר

$$L(c) = \int_{-1}^{1} \sqrt{1 + c^2 \cos^2(x) \sin^2(c \sin x)} \; dx$$

(מומלץ להתחיל על ידי ציור הגרף של $L(c)$.)

6. חשב את האינטגרלים הבאים:

(א)

$$\int\int_D \cos(x \sin(y)) dxdy$$

כאשר D הוא התחום

$$\{(x,y) \mid 0 < y < x < 1\}$$

(ב)

$$\int\int_D \frac{\sin\sqrt{x^2+y^2}}{\sqrt{x^2+y^2}} dxdy$$

כאשר D הוא התחום

$$\{(x,y) \mid 0 < x, y < 1 \}$$

(הערה: שים לב שכאשר r שואף ל-0, $\frac{\sin r}{r}$ שואף ל-1.)

(ג)

$$\int\int_D e^{-x^2-y^2} dxdy$$

כאשר D הוא התחום מעל הפרבולה $y = x^2$ אבל בתוך העיגול $x^2 + y^2 = 3$.