

זמן המבחן: שעתיים.
 מותר להשתמש בכל חומר עזר ובמחשב כיס.
 שאלות 1,2,3,4,5,6 שוות 10 נקודות כל אחת, שאלות 7,8,9 שוות 20 נקודות כל אחת.
 יש לנסות להגיע ל-100 נקודות!

1. איך היית משתמש ב- Maple כדי למצוא את השורשים ואת הנקודות הקריטיות של

$$f(x) = \frac{x^3 + 2x^2 + 3x - 6}{x^3 + 3x^2 + 7x + 5} \quad ?$$

יש לציין את הבעיות היכולות לעלות בתהליך.

2. איך היית משתמש ב- Matlab כדי לחשב את האינטגרל הכפול

$$\iint_D \frac{x+y}{1+x^2+y^2} dx dy$$

כאשר D הוא התחום $\{(x, y) : x > 0, y > 0, x^4 + y^2 < 1\}$?

3. למטריצה

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & t \end{pmatrix}$$

יש שני ערכים עצמיים, שהם פונקציות של הפרמטר t . איזה פקודות היית כותב ב- Maple כדי לחשב את הערכים העצמיים ולצייר את הגרפים שלהם כפונקציות של t (יש לצייר את שני הגרפים על אותה מערכת צירים).

4. איך היית פותר את שאלה 3 ב- Matlab?

5. g היא המטריצה

$$\begin{pmatrix} \cos \sqrt{1+t^2} & \sin \sqrt{1+t^2} \\ -\sin \sqrt{1+t^2} & \cos \sqrt{1+t^2} \end{pmatrix}$$

איך ניתן למצוא, ב- Maple, מטריצה h שהיא הנגזרת של g , כלומר כל רכיב הוא הנגזרת של הרכיב המתאים ב- g ? איך היית מחשב, ב- Maple, את הערך המספרי של

$$\int_0^1 \text{Trace}(ghgh) dt$$

6. הפונקציה $f(p)$ מוגדרת על ידי

$$f(p) = \min_x \left(\frac{1}{2}x^2 + (1 - \cos x) + \frac{1}{1+px^2} \right)$$

כלומר, לכל p נתון, מקבלים את הערך של $f(p)$ כערך המינימלי של הפונקציה בצד ימין, כאשר המינימיזציה היא על כל x . איך היית משתמש ב- Matlab כדי לצייר גרף של הפונקציה $f(p)$ בטווח $1 < p < 2$?

7. (א) המרצה באלגברה ליניארית אוהב תרגילים עם תשובות פשוטות. לכן הוא רוצה לבנות מטריצה עם ערכים עצמיים 1,2,3. איך היית משתמש ב- Maple כדי למצוא עבור איזה ערכים של הפרמטרים s, t, u יש למטריצה

$$\begin{pmatrix} 1 & s & -2 \\ -2 & t & 2 \\ -4 & u & -3 \end{pmatrix}$$

ערכים עצמיים 1,2,3? מומלץ מאוד להעזר בפולינום המאפיין.
 (ב) איך היית עוזר למרצה לבחור את הפרמטר s כך שהמטריצה

$$M = \begin{pmatrix} 1 & s & -2 \\ -2 & 2 & 2 \\ -4 & 4 & -3 \end{pmatrix}$$

תהיה סינגולרית? כאשר s מקבל ערך זה, עוזר למרצה למצוא ווקטור b כך שלמשוואה $Mx = b$ אין פתרון, ועוד ווקטור אחר c כך שלמשוואה $Mx = c$ יש אינסוף פתרונות.

8. ב- Matlab נתונים שני ווקטורים c, d , לא בהכרח בעלי אותו מימד. השאלות הבאות מתי-חסות לפונקציה

$$f(x) = \frac{c(1)x^{n-1} + c(2)x^{n-2} + \dots + c(n)}{d(1)x^{m-1} + d(2)x^{m-2} + \dots + d(m)}$$

כאשר n הוא המימד של c ו- m הוא המימד של d .

(א) איך היית מוצא את האסימפטוטה השלילית הכי גדולה (כלומר ה- x השלילי הכי גדול שעבורו המכנה מתאפס)?

(ב) איך היית מוצא את האסימפטוטה החיובית הכי קטנה (כלומר ה- x החיובי הכי קטן שעבורו המכנה מתאפס)?

(ג) הגדר את a להיות האסימפטוטה השלילית הכי גדולה, אם יש אסימפטוטה שלילית, או אחרת להיות -10 . הגדר את b להיות האסימפטוטה החיובית הכי קטנה, אם יש אסימפטוטה חיובית, או אחרת להיות $+10$. איך היית מצייר את הגרף של $f(x)$ בטווח (a, b) ? איך היית מוצא את כל הנקודות הקריטיות של f בטווח זה?

9. (א) כתוב פרוצדורה ב- Maple אשר מקבלת כקלט 4 נקודות במרחב (כלומר 4 ווקטורים ממימד 3) ובודקת האם כולן נמצאות במישור משותף. (רמז: 3 ווקטורים תלת-מימדים הם תלויים לינארית אם ורק אם המטריצה שבונים מהווקטורים היא בעלת דטרמיננט 0.)

(ב) כתוב פרוצדורה ב- Maple אשר מקבלת כקלט 4 נקודות במישור (כלומר 4 ווקטורים ממימד 2) ובודקת האם כולן נמצאות על מעגל משותף. (הדרך לעשות את זה היא כדלהלן: ניתן לחשוב על כל נקודה כמספר מרוכב על ידי הנוסחה $z = x + iy$. ארבע נקודות שונות במישור z_1, z_2, z_3, z_4 נמצאות על מעגל משותף אם ורק אם ה"יחס הכפול"

$$\frac{(z_1 - z_2)(z_3 - z_4)}{(z_1 - z_4)(z_3 - z_2)}$$

הוא ממשי.)

(ג) איך ניתן לצרף את התוכנות של הסעיפים הקודמים כדי לבדוק האם 4 נקודות במרחב נמצאות במעגל משותף?