

זמן המבחן: שעתיים.
 מותר להשתמש בכל חומר עזר ובמחשב כיס.
 שאלות 1,2,3,4,5,6 שוות 10 נקודות כל אחת, שאלות 7,8,9 שוות 20 נקודות כל אחת.
 יש לנסות להגיע ל-100 נקודות!

1. איך היית משתמש ב- Maple כדי למצוא את השורשים קרובים ל- $-\pi, -2\pi, \dots, -10\pi$ של המשוואה

$$? \sin x = \exp x$$

יש למצוא את השורש הקרוב ל- $-r\pi$ ל- $(2r + 2)$ ספרות דיוק.

2. איך היית משתמש ב- Matlab כדי למצוא את המינימום של הפונקציה

$$? f(x, y) = x^2 + y^2 + \frac{1}{2} \sin(x + y) + \frac{1}{3} \sin(x + 2y)$$

יש למצוא את המינימום ל-8 ספרות דיוק.

3. לכל ערך של הפרמטר c יש רק פתרון ממשי אחד למשוואה

$$. 2x^3 + 3x + c = 0$$

איך היית משתמש ב- Maple לצייר גרף של הפתרון הזה, כפונקציה של c , עבור c בין -5 ל- 5 ?

4. איך היית פותר את שאלה 3 ב- Matlab?

5. \mathbf{v} הוא הווקטור

$$\begin{pmatrix} \sqrt{t} \cos t \\ \sqrt{t} \sin t \\ t \end{pmatrix}$$

איך ניתן למצוא, ב- Maple, את הערך של

$$? \int_0^1 \left(\frac{d\mathbf{v}}{dt} \right)^2 dt$$

6. הפונקציה $f(p)$ מוגדרת על ידי

$$f(p) = \int_0^p \frac{\sin x}{1 + px^2} dx$$

איך היית משתמש ב- Matlab כדי לצייר גרף של הפונקציה $f(p)$ בטווח $0 < p < 2$?

$$M = \begin{pmatrix} 1.9 & 1.1 & 1.4 & 1.4 \\ 1.1 & 1.5 & s & 0.7 \\ 1.4 & s & 1.2 & 0.9 \\ 1.4 & 0.7 & 0.9 & 0.8 \end{pmatrix}$$

(s פרמטר ממשי), ויהא $\lambda_1(s)$ הערך העצמי הכי גדול של $M(s)$ ו- $\lambda_2(s)$ הערך העצמי הכי קטן. (הערה: היות והמטריצה סימטרית, הערכים העצמיים כולם ממשיים.) איך היית מחשב את

$$\int_{10}^{20} \frac{\lambda_1(s) - \lambda_2(s)}{2s} ds \quad ?$$

8. איך ניתן להשתמש בפקודה `dblquad` ב-Matlab כדי למצוא את הערך של

$$\int \int_D f(x, y) dx dy$$

כאשר $f(x, y)$ היא פונקציה נתונה, ו- D הוא הריבוע $0 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq 1$? לפי כלל הטרפז הדו-מימדי, ניתן לעשות קירוב לאינטגרל הזה על ידי הנוסחה

$$\begin{aligned} \int \int_D f(x, y) dx dy &\approx \frac{h^2}{4} (f(0, 0) + f(0, 1) + f(1, 0) + f(1, 1)) \\ &+ \frac{h^2}{2} \sum_{i=1}^{N-1} (f(ih, 0) + f(0, ih) + f(ih, 1) + f(1, ih)) \\ &+ h^2 \sum_{i=1}^{N-1} \sum_{j=1}^{N-1} f(ih, jh) \end{aligned}$$

כאן $h = \frac{1}{N}$, ו- N הוא שלם חיובי (שיש לקחת גדול כדי לקבל דיוק גבוה). איך היית מיישם נוסחה זו ב-Matlab?

9. אומרים ששתי נקודות $(x_1, y_1), (x_2, y_2)$ הן בצדדים הפוכים של הישר $ax + by + c = 0$ אם $(ax_1 + by_1 + c)(ax_2 + by_2 + c) < 0$. אם שתי נקודות הן בצדדים הפוכים של ישר, אומרים שהישר מחלק ביניהן.

(א) כתוב פרוצדורה ב-Maple אשר מקבלת כקלט שתי נקודות וישר אחד, ובודק האם שתי הנקודות הן בצדדים הפוכים של הישר.

(ב) כתוב פרוצדורה ב-Maple אשר מקבלת כקלט רשימה של נקודות ורשימה של ישרים, ובודק האם לכל זוג של נקודות ברשימה קיים ישר ברשימה המחלק ביניהן.

אומרים ששתי נקודות $(x_1, y_1, z_1), (x_2, y_2, z_2)$ הן בצדדים הפוכים של המישור

$$ax + by + cz + d = 0$$

אם $(ax_1 + by_1 + cz_1 + d)(ax_2 + by_2 + cz_2 + d) < 0$. אם שתי נקודות הן בצדדים הפוכים של מישור, אומרים שהמישור מחלק ביניהן.

(ג) כתוב פרוצדורה ב-Maple אשר מקבלת כקלט שתי נקודות ומישור אחד, ובודק האם שתי הנקודות הן בצדדים הפוכים של המישור.

(ד) כתוב פרוצדורה ב-Maple אשר מקבלת כקלט רשימה של נקודות ורשימה של מישורים, ובודק האם לכל זוג של נקודות ברשימה קיים מישור ברשימה המחלק ביניהן.