בס"ד

 ד"ר.גרמי שיף

תרגיל 4

1. במשפחה עם i ילדים, המאורע A הוא המאורע שיש לפחות בן אחד ובת אחת במשפחה, והמאורע B הוא שאין יותר מבת אחת. הראה שאם $i = 2$, A ו-B הם תלויים, אם $i = 3$ הם בלתי תלויים, ואם $i = 4$ הם תלויים. (יש להניח שההסתברויות להולדת בן ולהולדת בת שוות בכל לידה).

2. הוכח:
   א. שאם A ו-B בלתי תלויים, A ו-C בלתי תלויים ו-B ו-C זרים ($B \cap C = \emptyset$), אזי A ו-$B \cup C$ בלתי-תלויים.
   ב. שאם A, B, C בלתי-תלויים אזי A ו-$B \cup C$ בלתי-תלויים.
   ג. שהמסקנה בסעיף א. איננה בהכרח נכונה אם לא כוללים את התנאי ש-B ו-C זרים.

3. כאשר אני מטיל מטבע מסויים יש הסתברות p שיתקבל "ראש" והסתברות $1 - p$ שיתקבל "זנב". אם אני מטיל את המטבע עד שיתקבל "ראש" , מה היא ההסתברות שאני אטיל את המטבע בדיוק n פעמים? ($n = 1, 2, \ldots$) מה היא ההסתברות שאני אטיל את המטבע לפחות n פעמים?

4. במשחק מסויים, המשתתפים מנסים, לפי התור, לבצע פעולה, שההסתברות לבצע אותה בהצלחה היא p. הראשון לבצע את הפעולה בהצלחה הוא המנצח. אם יש שני משתתפים, מה ההסתברות שהמשתתף הראשון מנצח? מה אם יש שלושה משתתפים? מה אם יש n?

5. כאשר מטילים שתי קוביות, מה היא ההסתברות לקבל פעמיים את התוצאה 7 לפני שמקבלים שש פעמים תוצאה זוגית?

6. בבית הנבחרים בארץ מסויימת יש n שומרנים ו-$100 - n$ ליברלים. שומרן אף פעם איננו משנה את דעתו בין ההצבעות על נושא מסויים, אבל ליברל משנה את דעתו באופן רנדומלי עם הסתברות p. חבר מסויים כבר הצביע אותו דבר פעמיים על נושא מסויים. מה ההסתברות שיצביע אותו דבר בפעם השלישית?